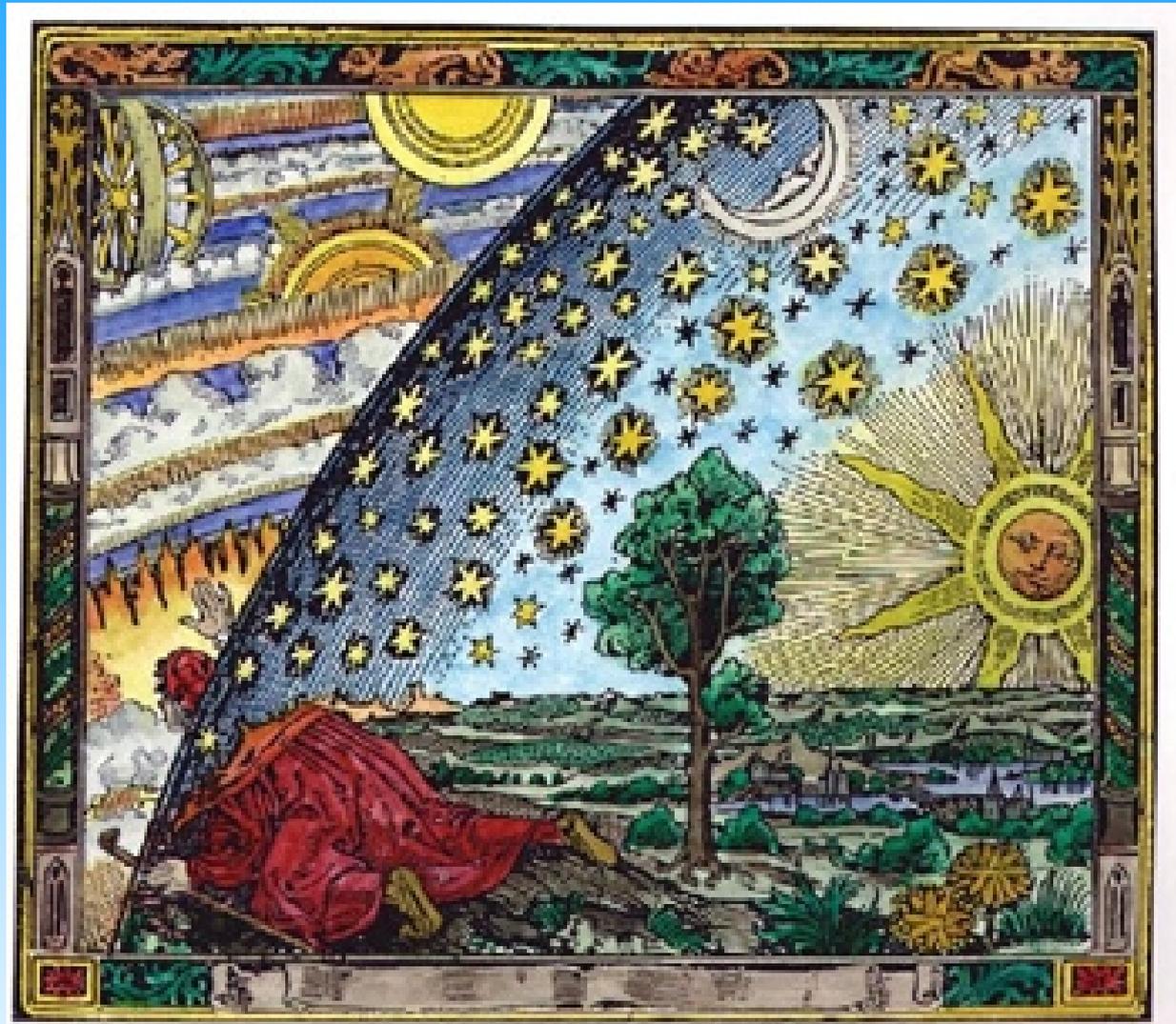


Laboratorio di Matematica e Società: il linguaggio



**Un monaco medievale racconta di aver trovato il punto in cui
cielo e terra si toccano (C. Flammarion)**

È vero che politica, relazioni sociali, economia...

il Mondo

appaiono sempre più

caotici?

e che cresce senza sosta la loro

complessità?

Che cosa si può intendere con
il termine

CAOS
?

Nel linguaggio naturale, *caos* normalmente significa grande disordine, confusione, turbamento, uno stato di cose in cui il *caso* regna sovrano.

Nel dizionario Webster della lingua Inglese, si intende la

intrinseca imprevedibilità del comportamento dei sistemi naturali

dove nasce l'idea che i sistemi naturali siano "intrinsecamente" imprevedibili? Che siano soggetti, pertanto, alle leggi del "caso"?

Ritenete possibile che l'Impero Romano sia caduto perché, in una certa battaglia, un soldato si voltò a sinistra piuttosto che a destra?

È possibile che il battito delle ali di una **farfalla** in Brasile scateni dopo qualche tempo un uragano a New York?

Avete mai sentito parlare dell'effetto farfalla?
Vi viene in mente qualcosa di simile?

Scoraggiante e demoralizzante, che la scienza ci condanni a vivere in balia del caso!

Non doveva produrre certezze?

Proviamo a fare chiarezza: il linguaggio scientifico può causare equivoci, perchè i suoi termini non hanno il significato che comunemente gli si attribuisce.

Anzi, è proprio averli svincolati dal loro significato comune che li rende utili in ambito scientifico, dove servono a richiamare in forma concisa concetti spesso espressi da lunghe e laboriose definizioni.

Così, l'importantissimo “effetto farfalla” risulta aver poco a che fare con farfalle e uragani veri, mentre ci dice molto sul concetto di “caos”.

Qualche aspetto di questo linguaggio:

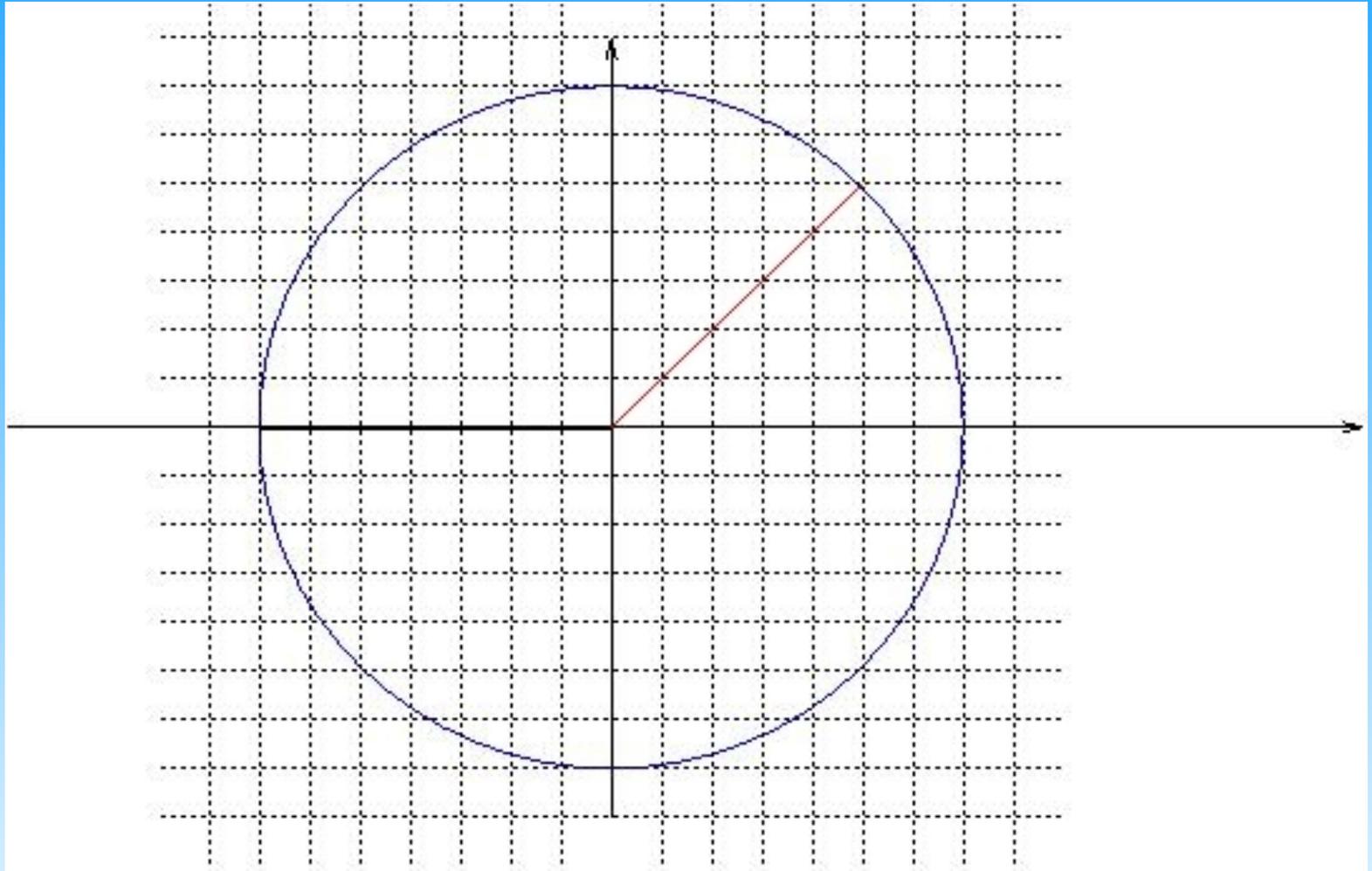
sfida le convenzioni e cerca sempre nuove categorie

È IL linguaggio delle scienze naturali e sempre più di tutte le scienze

aiuta a comprendere ed esprimere le relazioni fra le cose, a scoprire ed esprimere l'unità sottostante alla varietà

È universale quindi favorisce la comunicazione e la condivisione delle idee

Luogo dei punti equidistanti dal centro: la circonferenza



$$d = \sqrt{x^2 + y^2}$$

La forma **rotonda** è dovuta al fatto che, per distanza fra due punti, si è innocentemente inteso:

La lunghezza del tratto di retta che li congiunge

Ma chi dice che si debba misurare in linea retta?

Chi vive in una qualunque città sa bene che non è questa la nozione di distanza utile a programmare i suoi spostamenti.

L'astrazione, alla ricerca della **essenza** del concetto di distanza, potrebbe allora diventare utile, **concreta**.

Ma con l'astrazione, il nostro buon senso, perdendo i suoi punti di riferimento abituali, può vacillare, perdere mordente nell'interpretazione dei fatti...

Non si finirà mica nel **non-senso**, nel **paradosso**?

Cosa potrebbe riassumere l'essenza del concetto di distanza?

$$d(P,Q) \geq 0 ; \quad d(P,Q) = 0 \text{ se e solo se } P=Q$$

$$d(P,Q) = d(Q,P)$$

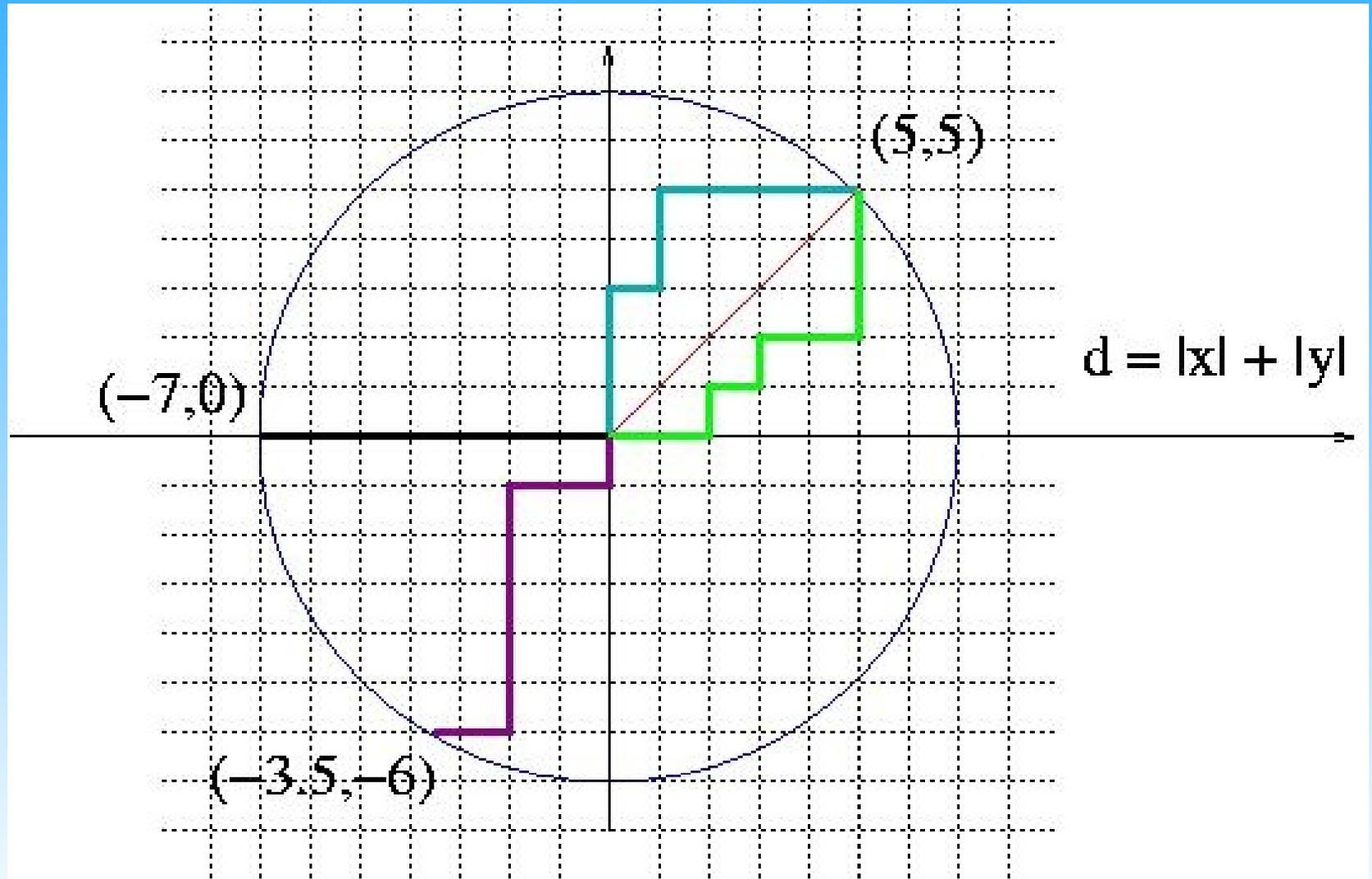
$$d(P,R) \leq d(P,Q) + d(Q,R)$$

Ma ha senso?

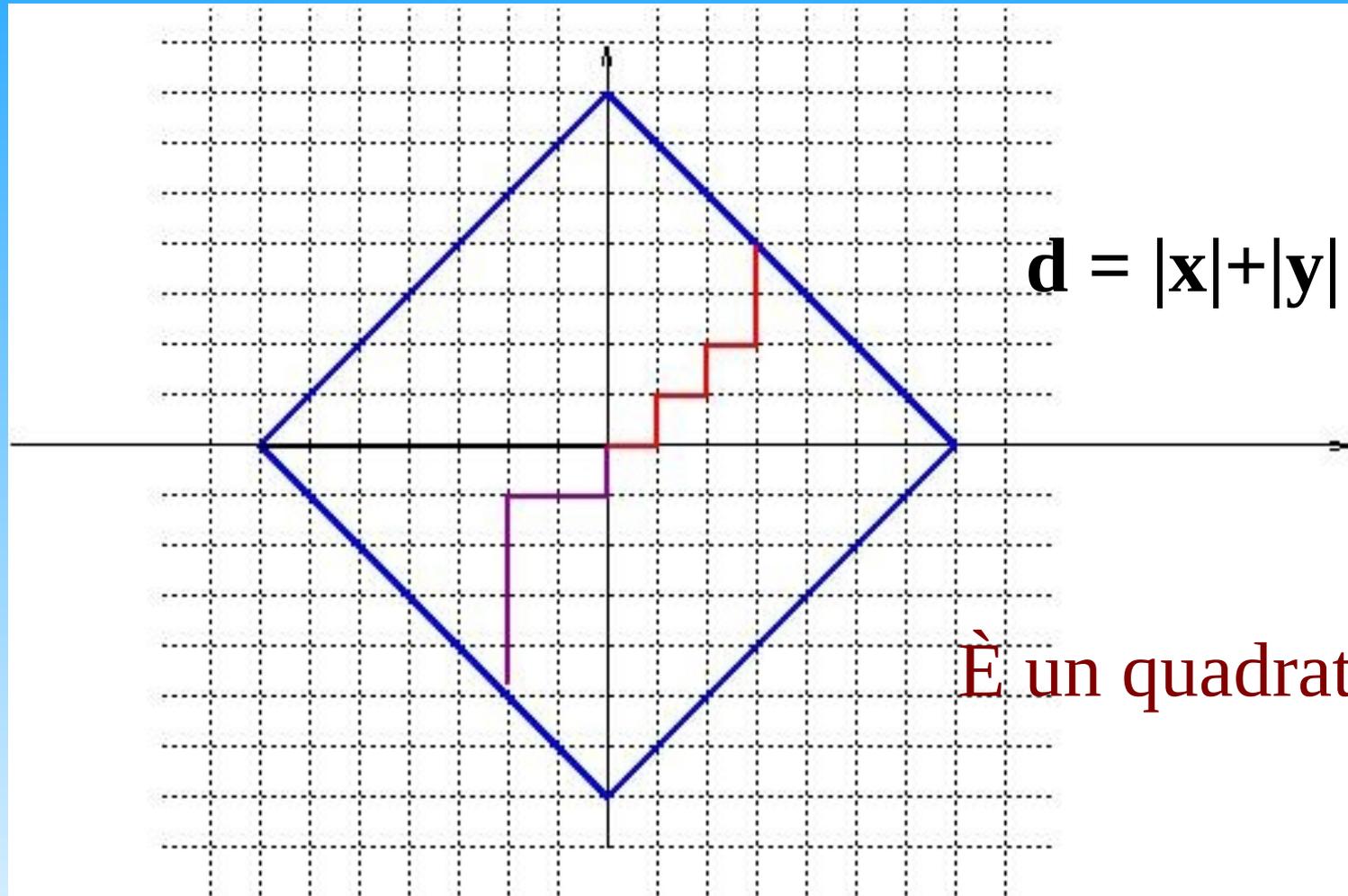
Provate a inventare qualche “distanza”

Mettiamo che **d** sia la somma dei passi
in orizzontale e in verticale.

Alcuni camminano di più, altri di meno



Luogo dei punti equidistanti dal Politecnico di Torino



Come si potrebbe dimostrare che d è una distanza? E che il cerchio è... quadrato?

Dunque, chi l'ha detto che si deve misurare
in linea retta?

L'astrazione è utile:

chi vive a Torino sa bene che questa non è la
nozione di distanza che dice quanta strada
si deve percorrere per muoversi in città.

Questo deve essere ben inteso:
non abbiamo dimostrato che i cerchi sono quadrati.

Inoltre, invece che di distanze fra punti, si potrebbe trattare di distanze fra altri enti.

Per es. fra *parole*, nelle ricerche su internet:

d(roma, amor)

Potremo intendere per **quadrato** quello che intendiamo solitamente?

Questo non è che un esempio di come si possa fraintendere il linguaggio scientifico.

A vertical decorative bar on the left side of the slide, featuring a blue-to-purple gradient and several translucent, 3D-rendered bubbles of varying sizes.

E il

CASO?

Gli antichi distinguevano i fenomeni che parevano obbedire a leggi armoniose, stabilite una volta per tutte, e quelli che venivano invece attribuiti al caso; questi ultimi erano imprevedibili perchè ribelli ad ogni legge. [...] In questa concezione, la parola caso aveva un senso preciso, oggettivo; ciò che era caso per l'uno era caso anche per l'altro, e perfino per gli dei.

Poincaré non apprezza la visione ottimista-positivista del XIX secolo

[...] siamo diventati deterministi assoluti [...] Ogni fenomeno, per minimo che sia, ha una causa, e un'intelligenza infinitamente potente e infinitamente ben informata avrebbe potuto prevederlo fin dal principio dei secoli. [...] Per questa intelligenza, effettivamente, la parola 'caso' non avrebbe alcun senso, o per meglio dire il caso non esisterebbe. È soltanto a causa della nostra debolezza e della nostra ignoranza che esso avrebbe un senso per noi. E anche senza uscire dai limiti della nostra umana debolezza, ciò che è caso per l'ignorante non lo è più per lo scienziato. Il caso non è che la misura della nostra ignoranza.

Nei tempi antichi, il caso è
oggettivo

alla fine dell'800, è soggettivo

si è cambiato di molto,
ma dove sta la *verità*?

*I primi pastori caldei, quando seguivano con lo sguardo i movimenti degli astri senza conoscerne le leggi, avrebbero pensato che gli astri si muovevano a **caso**? Se un fisico studia un fenomeno e ne scopre la legge martedì, avrebbe detto lunedì che quel fenomeno era **fortuito**? Si prenda un ago che possa girare attorno ad un perno su un quadrante diviso in cento settori, di colore alternativamente rosso e nero. Se si ferma su un settore rosso, vinco, altrimenti perdo. Tutto dipende dall'impulso dato all'ago. Basta che vari di uno o due millesimi perchè l'ago si fermi su un settore nero invece che rosso. Differenze che il senso muscolare non è in grado di apprezzare. **Impossibile prevedere** che cosa farà l'ago appena lanciato, ho il batticuore e conto solamente sul **caso**. La **differenza fra una causa e l'altra è impercettibile**, mentre la **differenza fra un effetto e l'altro è della massima importanza**, perchè ne va di tutta la mia giocata.*

*Oggi questo fenomeno è chiamato **caos deterministico***

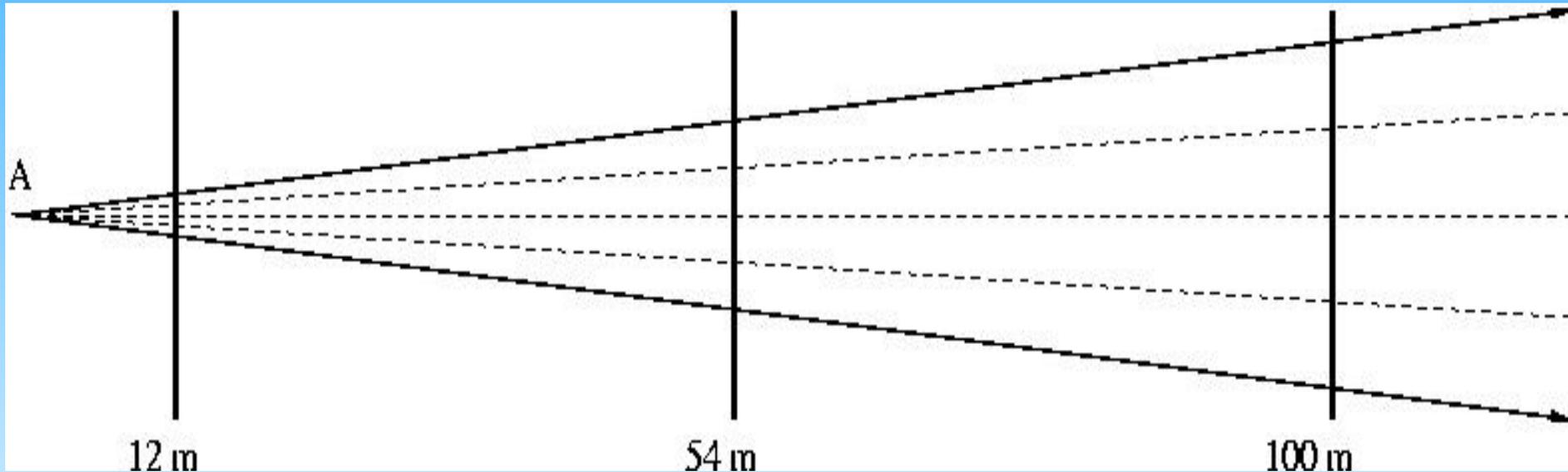
IL CAOS

Fare previsioni sulla base di leggi note, richiede prima delle ***misure***, per conoscere la situazione di partenza, ovvero la ***condizione iniziale***.

Fare previsioni ed effettuare le necessarie misure, sono attività umane e, dato che ogni misura che si può fare va soggetta a ***incertezze***, accuratezza ***finita***, le previsioni sono sempre affette da un margine d'errore, che ci ricorda la nostra ***finitezza*** e i nostri ***limiti***.

L'incertezza appare anche nei fenomeni più semplici. Se questi hanno particolari caratteristiche, che ne impediscono la prevedibilità anche in linea di principio, si parla di: ***Caos Deterministico***.

Anche i moti più semplici diventano *imprevedibili*. Crescita lineare delle incertezze iniziali: distanza doppia implica incertezza doppia; dimezzare l'incertezza iniziale la dimezza a tutte le distanze



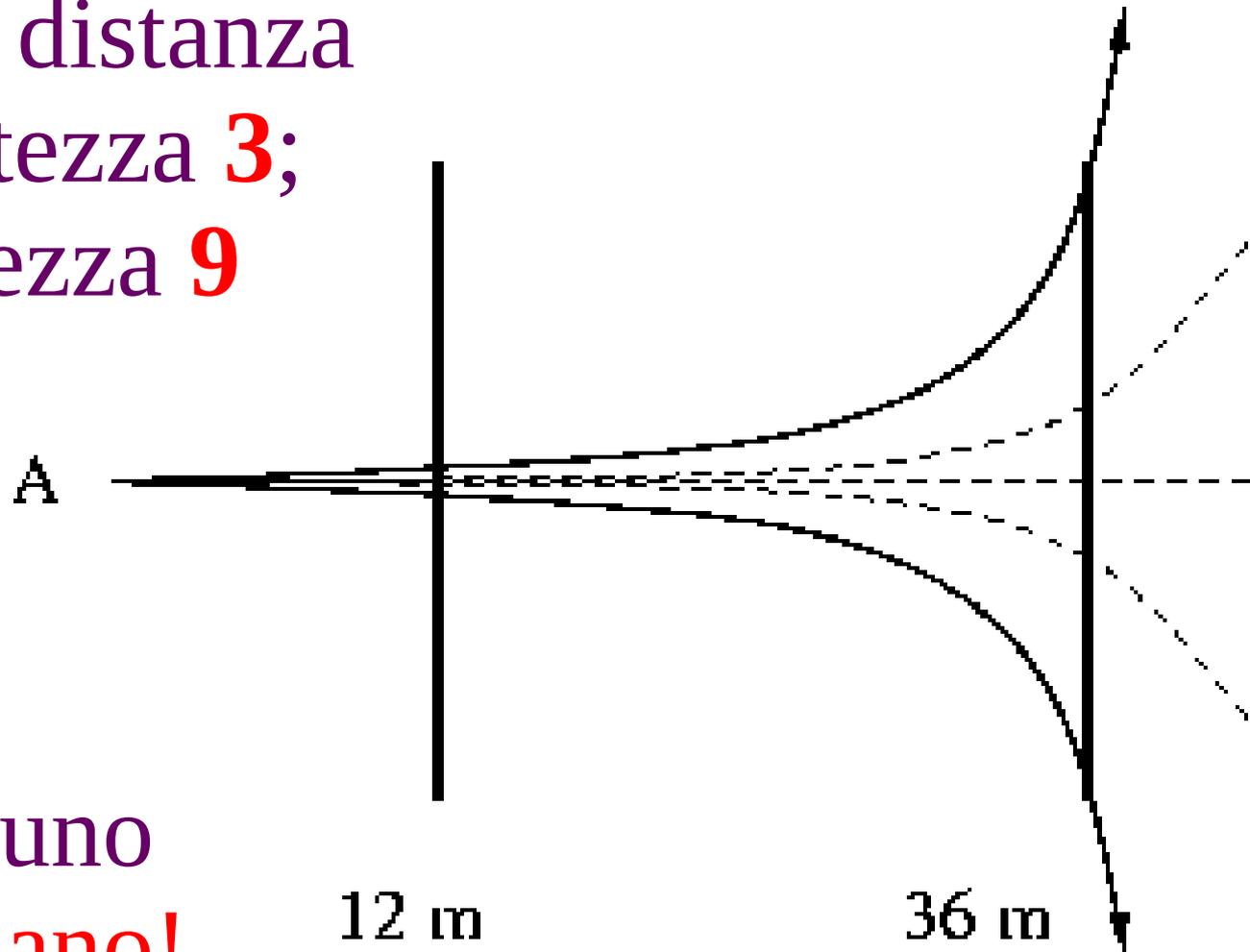
A sufficiente distanza un punto nel bersaglio o un altro, è indifferente.

Ma questo non si chiama “*caos*”.

Caos: dipendenza esponenziale dalle condizioni iniziali

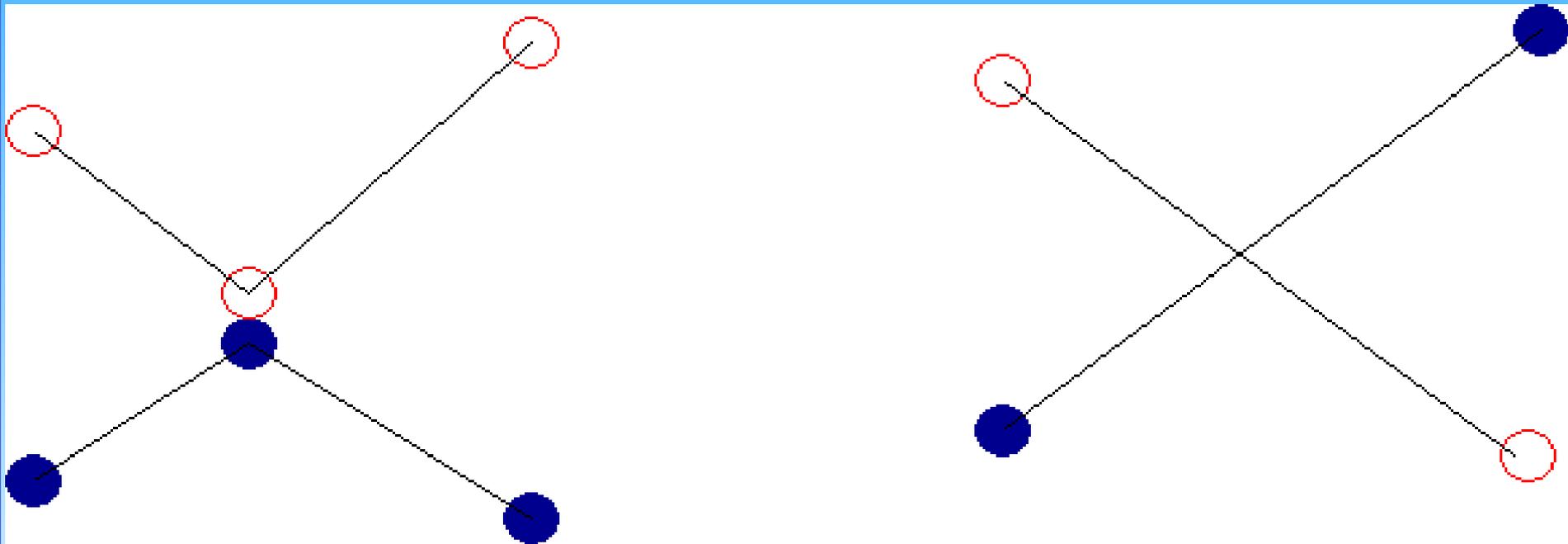
Esponenziale: distanza unitaria, incertezza **3**;
doppia, incertezza **9**
tripla, **27**.

Migliorare la previsione richiederebbe uno **sforzo sovrumano!**

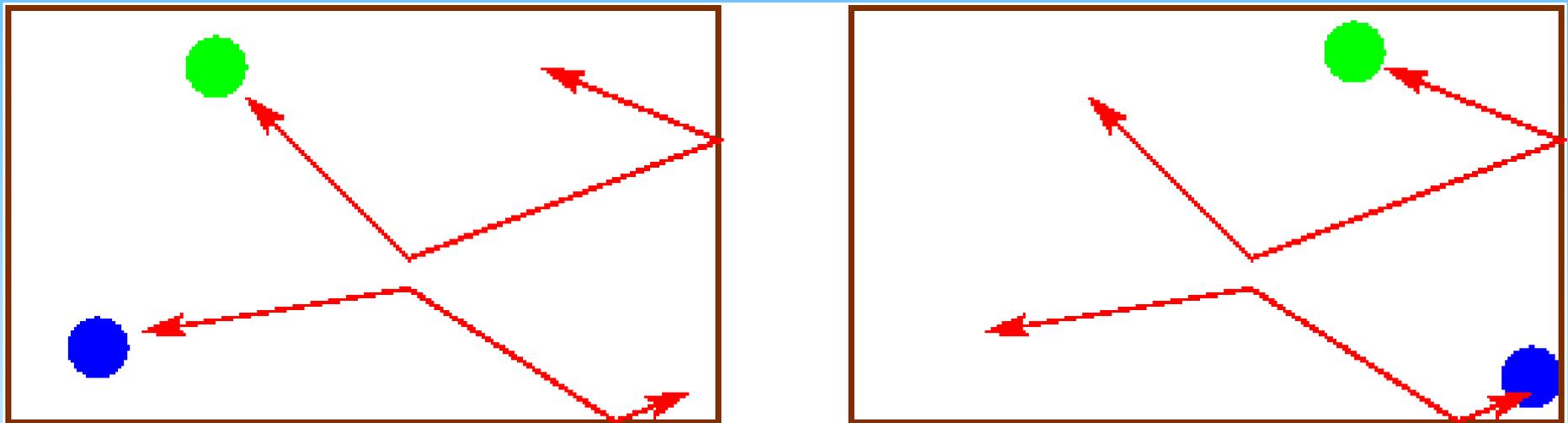


Notare la taglia finita del bersaglio.

Basta poco e cambia tutto

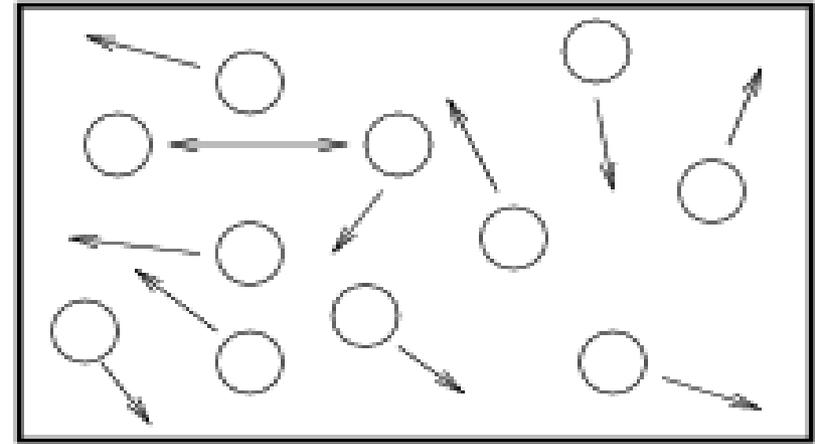
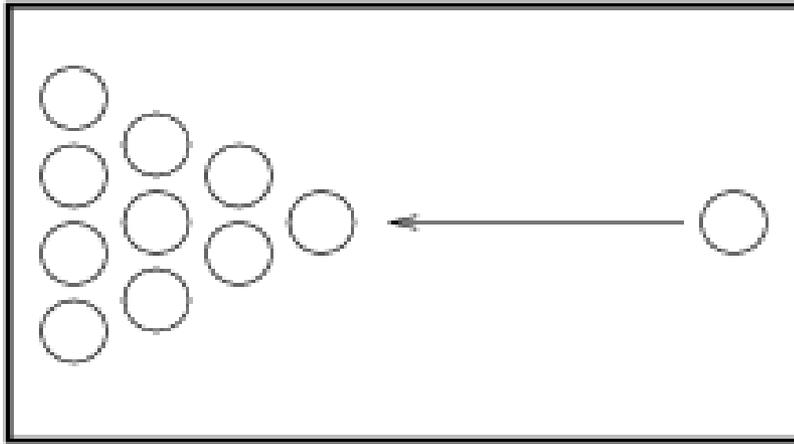


Nulla di casuale eppure appare tale, come nel *lancio di una monetina*, o nel *moto delle bocce in un biliardo*, delle quali, dopo poche sponde e poche collisioni, non si può prevedere dove si troveranno. Inoltre:



da due foto di due bocce in un biliardo, si può dedurre la direzione del loro moto?

Date due foto di un certo numero di bocce?



È come nel *moto delle molecole di un gas*, di cui la Fisica dice: *l'entropia (disordine) cresce: irreversibilità: freccia del tempo.*

Evoluzione verso distribuzione *disordinata*, cioè *uniforme*, cioè *casuale* delle molecole nel loro spazio. **Ecco una nozione di caos!**

Se ci sono pochi oggetti, non si può neanche parlare di **ordine** o **disordine**:
non fa differenza.

Se sono tanti e “interagiscono”
(condividono la propria energia)...

Come si equilibra la densità, così si
trasporta calore, per equilibrare la temperatura, ecc.
e si genera la freccia del tempo,
tendendo verso un ***crescente disordine***.

A cosa si deve che tutto nell'universo
evolva in modo da
non tornare indietro?

Perchè il calore fluisce dai corpi caldi a
quelli freddi e non torna mai indietro?
Perchè se metto del latte nel caffè,
non li separo più?

Innanzitutto, *meno male che è così!*

Ma perché?

Per lo stesso motivo per il quale è facile mettere la camera in **disordine** e richiede **lavoro** (*energia*) rimetterla in ordine.

Le combinazioni disordinate (uniformi) sono **tante di più** di quelle ordinate!
Soprattutto quando gli oggetti sono tanti.

Combinazioni di due cassette T e C tirandoci dentro oggetti a caso

TTTT CCCC una sola 4T e una sola 4C

TTTC CCCT \

TTCT CCTC | quattro 3T1C e

TCTT CTCC | quattro 1T3C

CTTT TCCC /

TTCC CCTT \

TCTC CTCT | sei 2T2C

TCCT CTTC /

E se fossero di più?

Provate a enumerare i 6 lanci

TTTTTT CCCCCC una 6T e una 6C;

TTTTTC CCCCCT\

TTTTCT CCCCTC |

TTTCTT CCCTCC |

TTCTTT CCTCCC |

TCTTTT CTCCCC |

CTTTTT TCCCCC/

sei 5T1C e
sei 1T5C;

TTTTCC CCCCCTT\

TTTCTC CCCTCT |

TTCTTC CCTCCT |

quindici 4T2C e
quindici 2T4C;

... ..

Ma **venti** 3T3C: TTTCCC TTCTCC TCTTCC ...

il rapporto 1:6 è diventato 1:20!

Provate a vedere cosa succede per 7 lanci della moneta

Le formule sono

$$b^n = \underbrace{b \times \dots \times b}_n$$

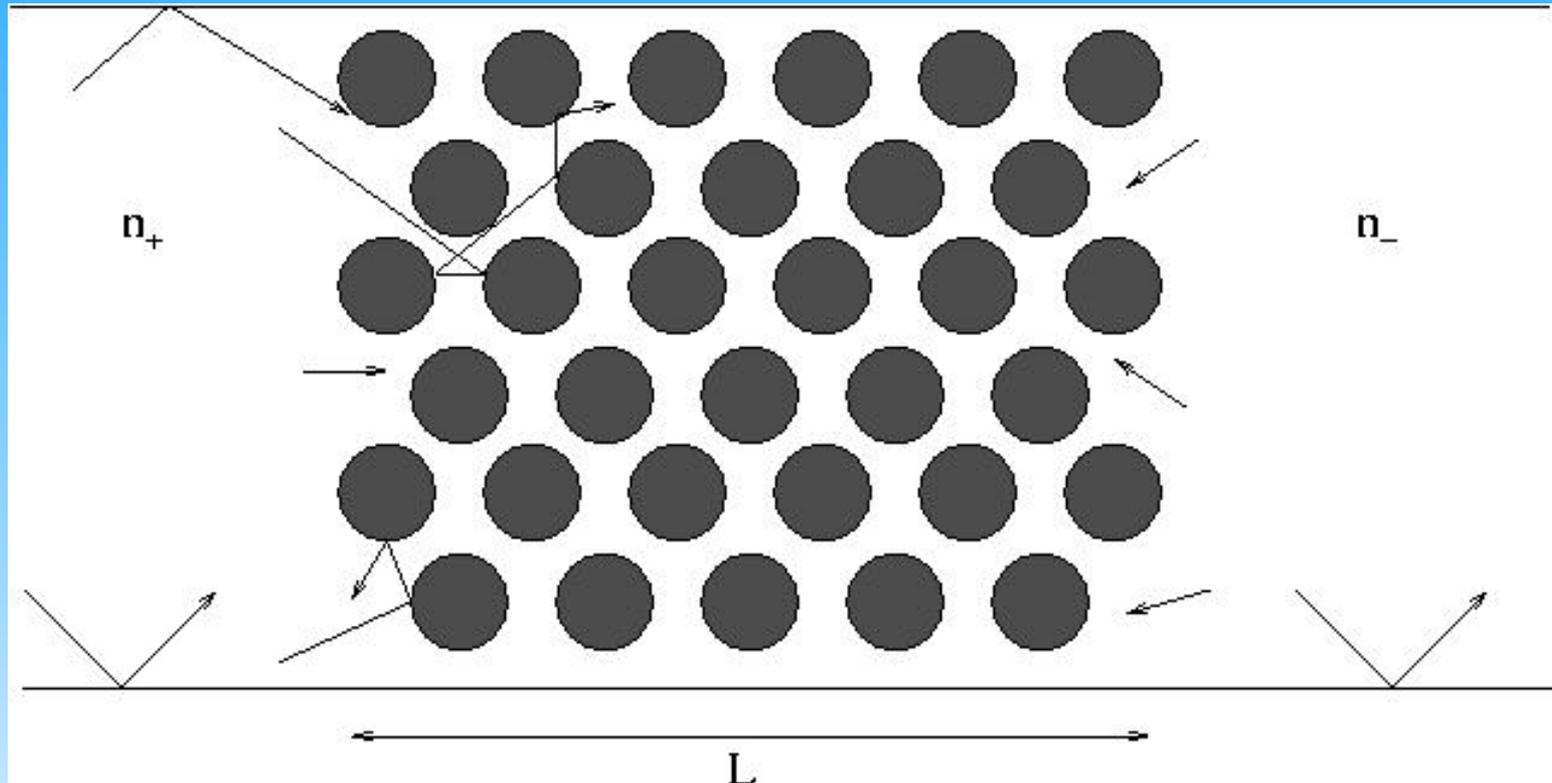
$$\frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$$

$$(1+t)^n = \sum_{m=0}^n \binom{n}{m} t^m, \quad \binom{n}{0} = 1,$$

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$$

Fate delle prove con diversi n e k

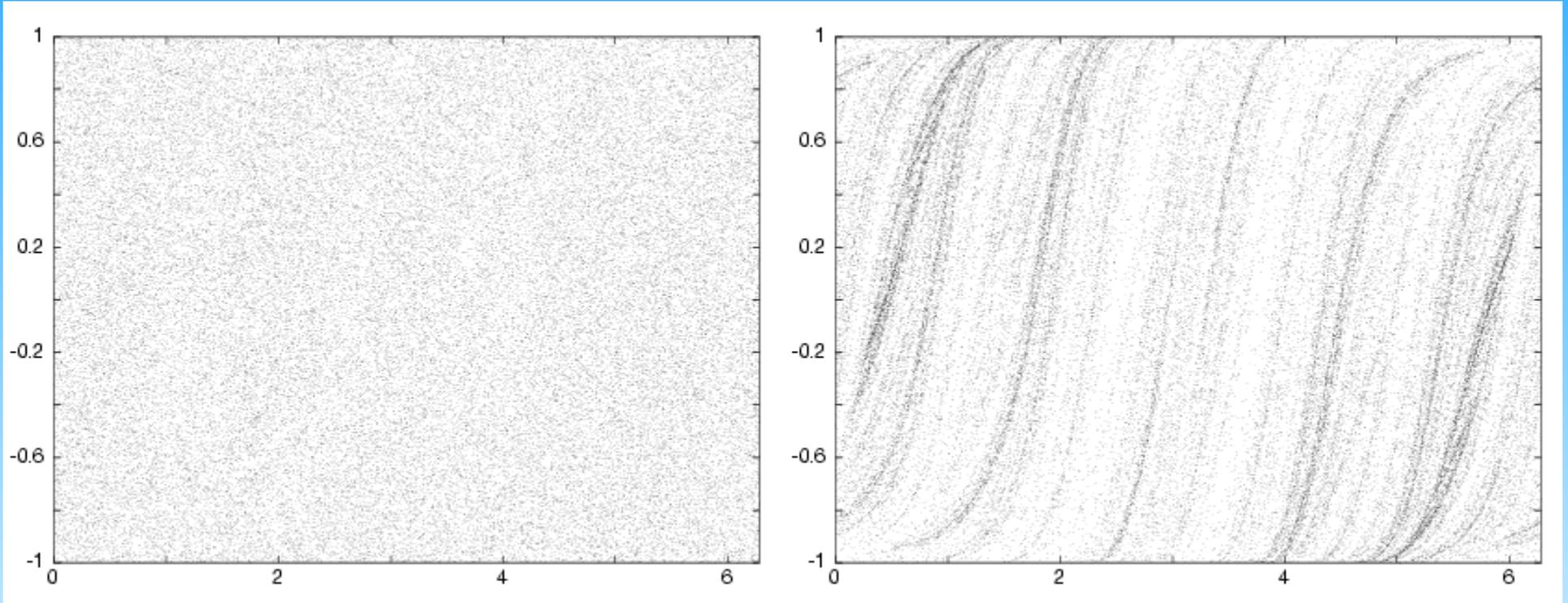
Cosa c'entra il caos con l'UNIVERSO?
Disegna strutture frattali, forma strutture.



Traiettorie frastagliatissime e densissime

Evolutioni imprevedibili!!

Maggior dissipazione \rightarrow più strutture



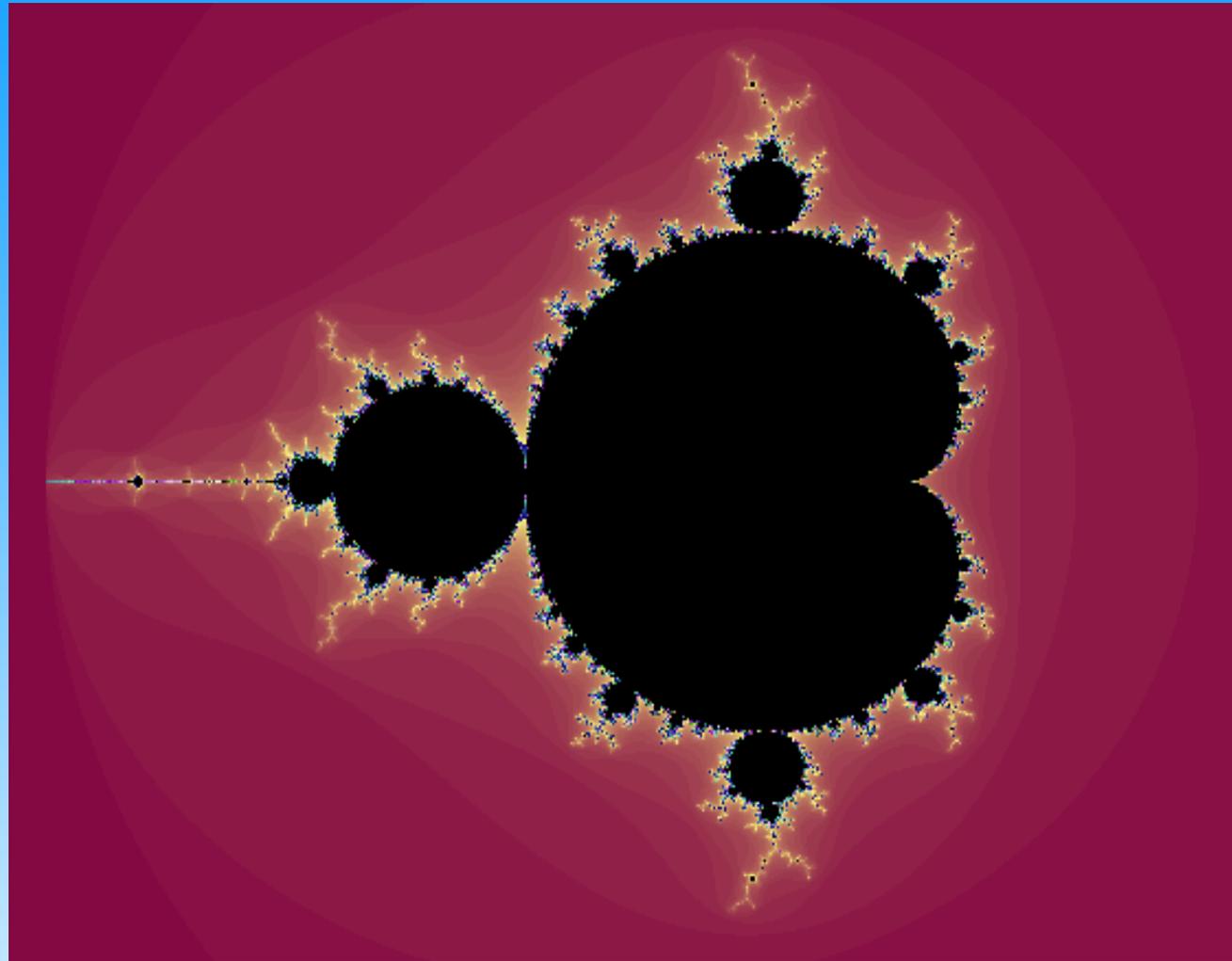
Se c'è solo caos, si ha uniformità,
se solo dissipazione, immobilità.

Ma caos e dissipazione insieme
fanno le strutture, la vita.

Matematicamente, le strutture sono
chiamate

FRATTALI

Insieme di Mandelbrot



Insieme dei punti C nel piano complesso, per i quali l'orbita di 0 della dinamica $Z_{n+1} = Z_n^2 + C$ resta limitata con $Z_0 = C$

Numeri complessi (x,y)

1. $(a,b)=(c,d)$ significa $a=c$ e $b=d$

2. $(a,b)+(c,d)=(a+c,b+d)$

3. $(a,b)\cdot(c,d)=(ac-bd,ad+bc)$

Allora posso indicare i numeri reali con $(x,0)$

E cosa sarà il prodotto $(0,1)\cdot(0,1)$?

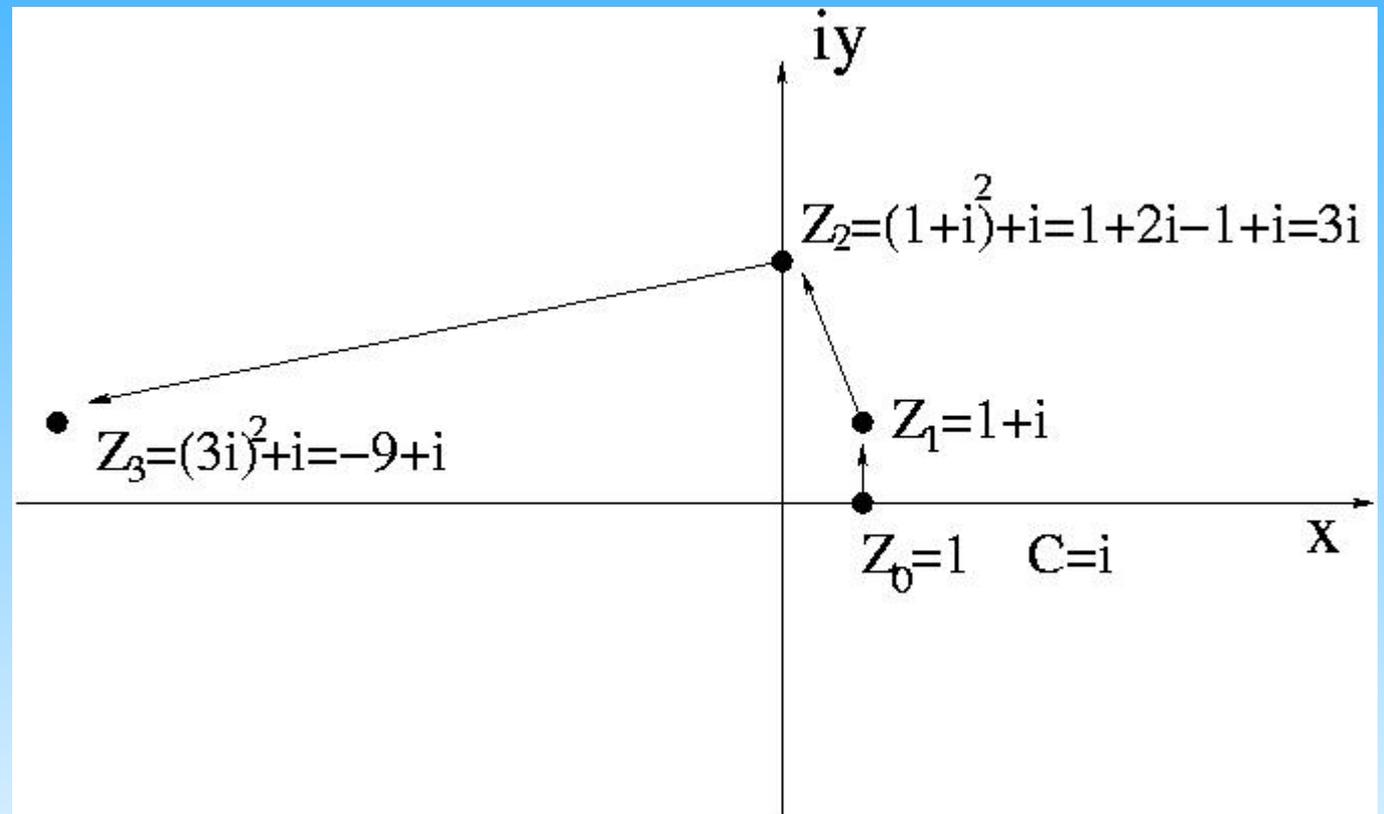
$(0,1)\cdot(0,1)=(0\cdot 0-1\cdot 1,0\cdot 1+1\cdot 0)=(-1,0)$

È il numero reale -1 .

Chiamo $i=(0,1)$ unità *immaginaria*

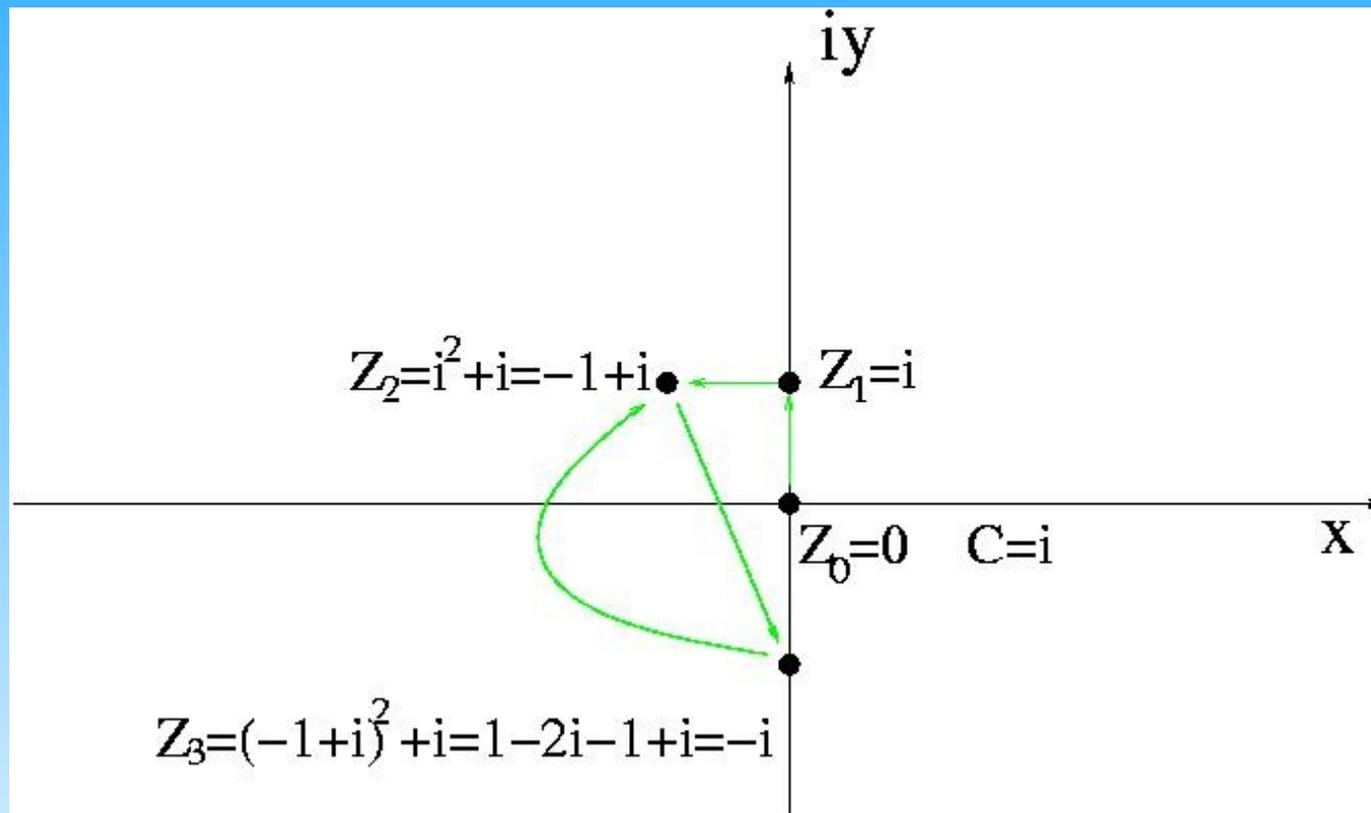
$$Z_n = Z_{n-1}^2 + C$$

Se $Z=x+iy$ resta vicino all'origine, $C=a+ib$ appartiene all'insieme. Se Z scappa verso l'infinito, no.

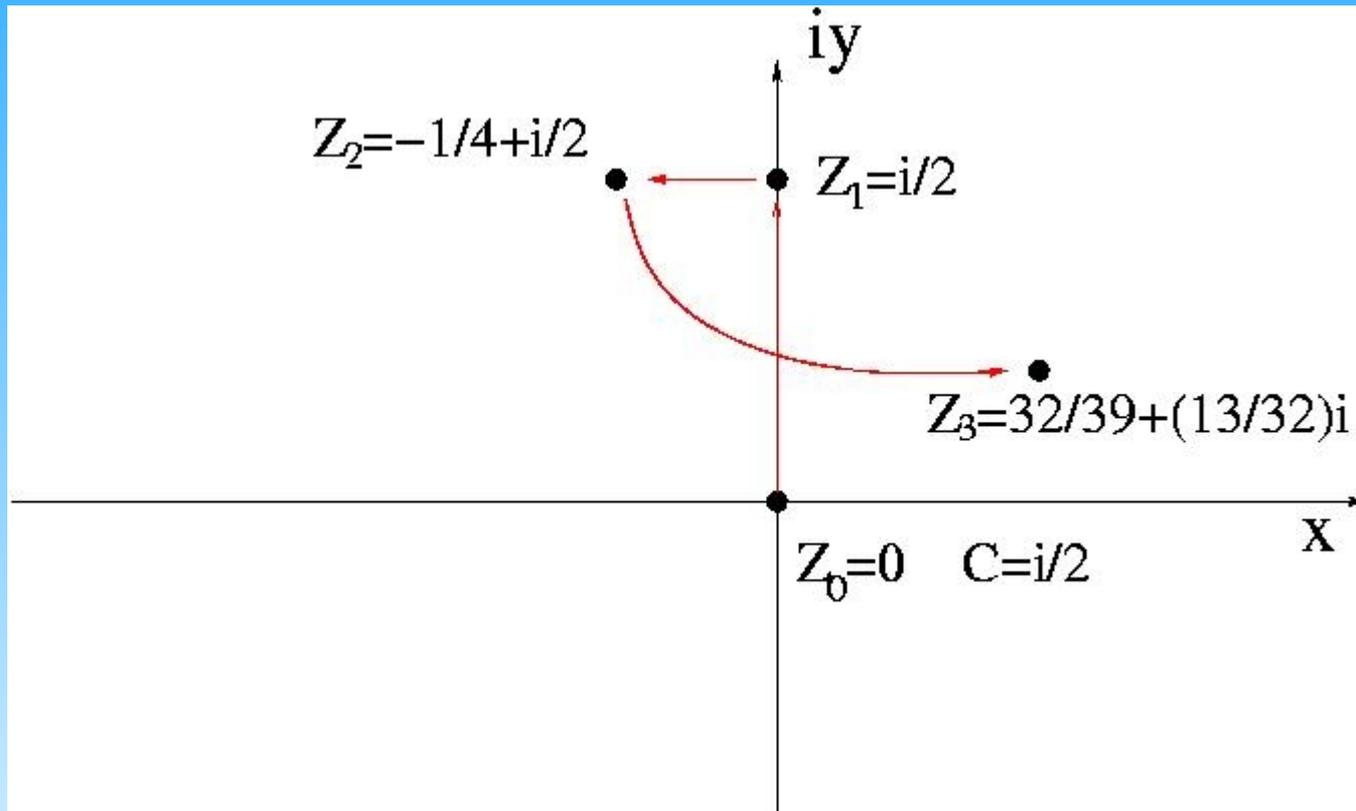


Basta poi dare colori diversi ai punti che scappano con velocità diverse e colorare di nero quelli che restano.

Cambio Z iniziale

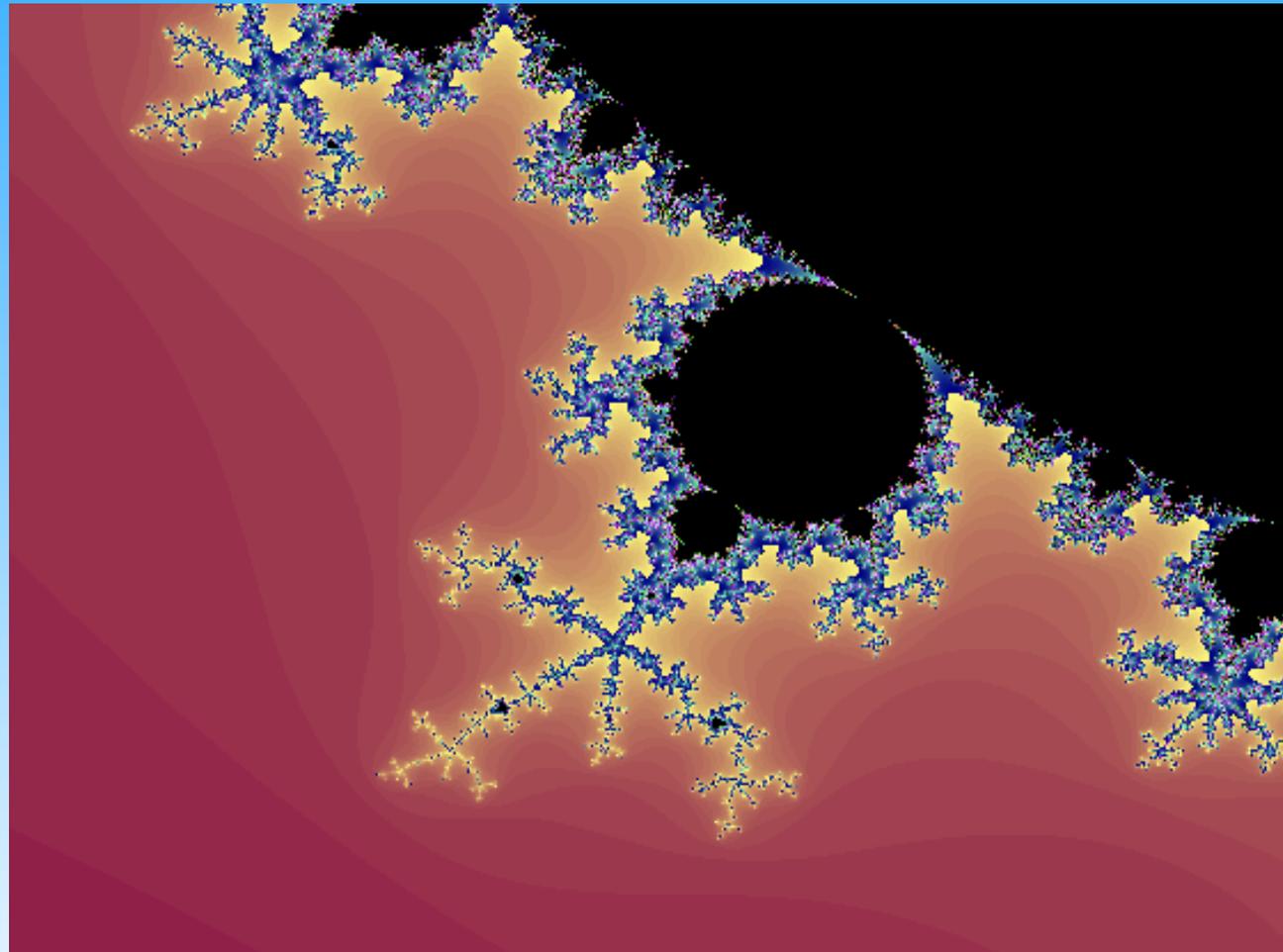


Cambio C

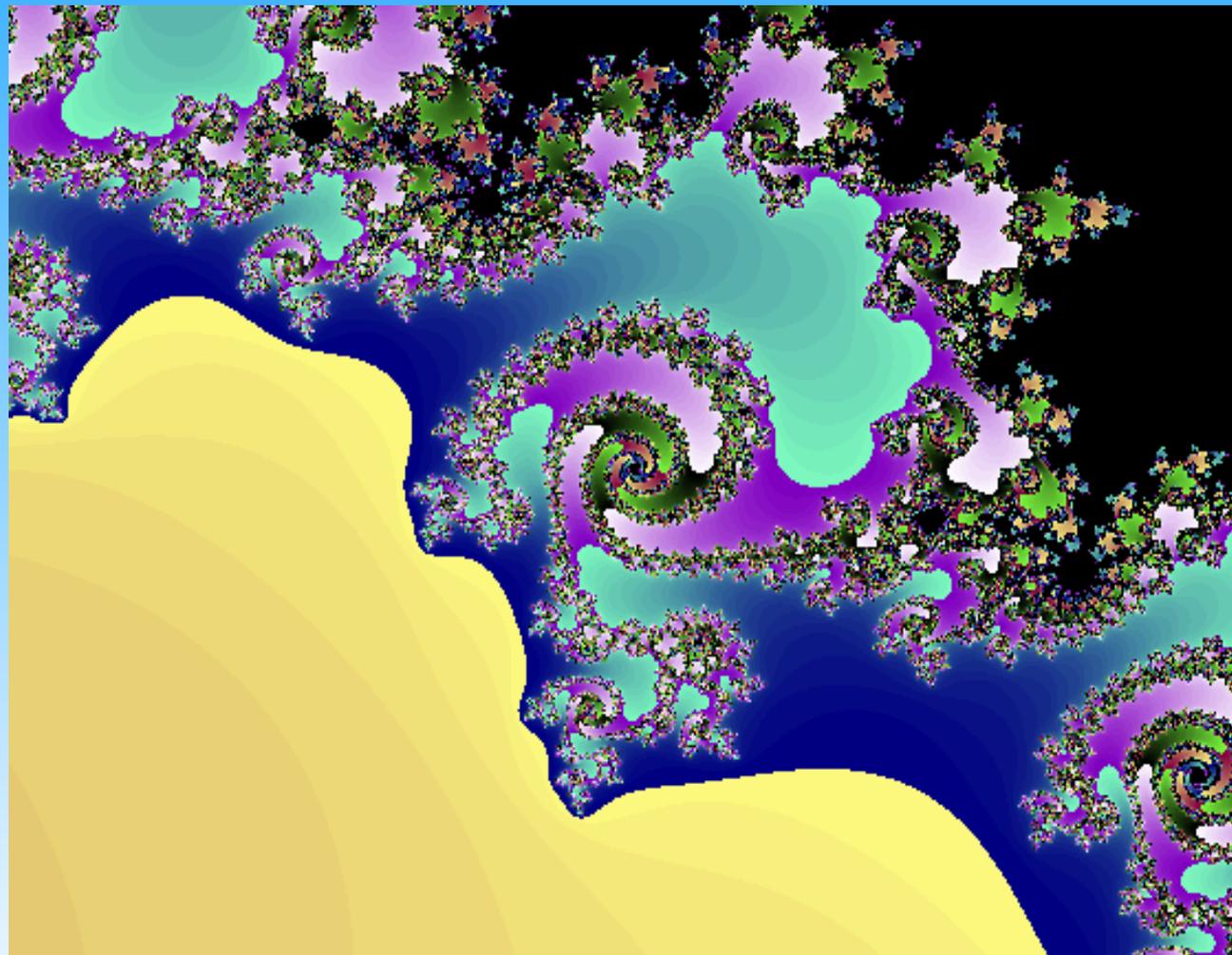


Sfuggirà o resterà?

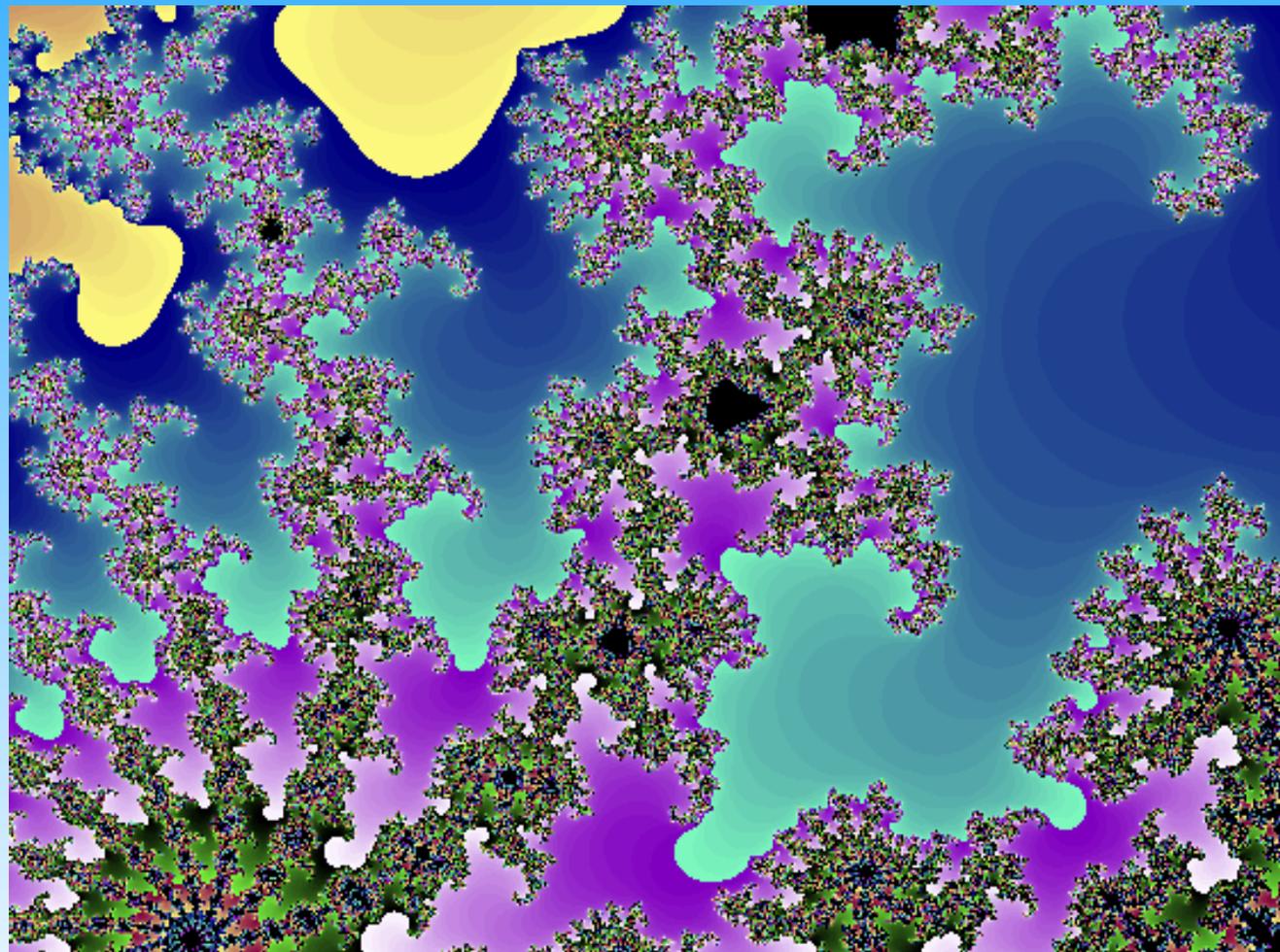
Ingrandisco un dettaglio



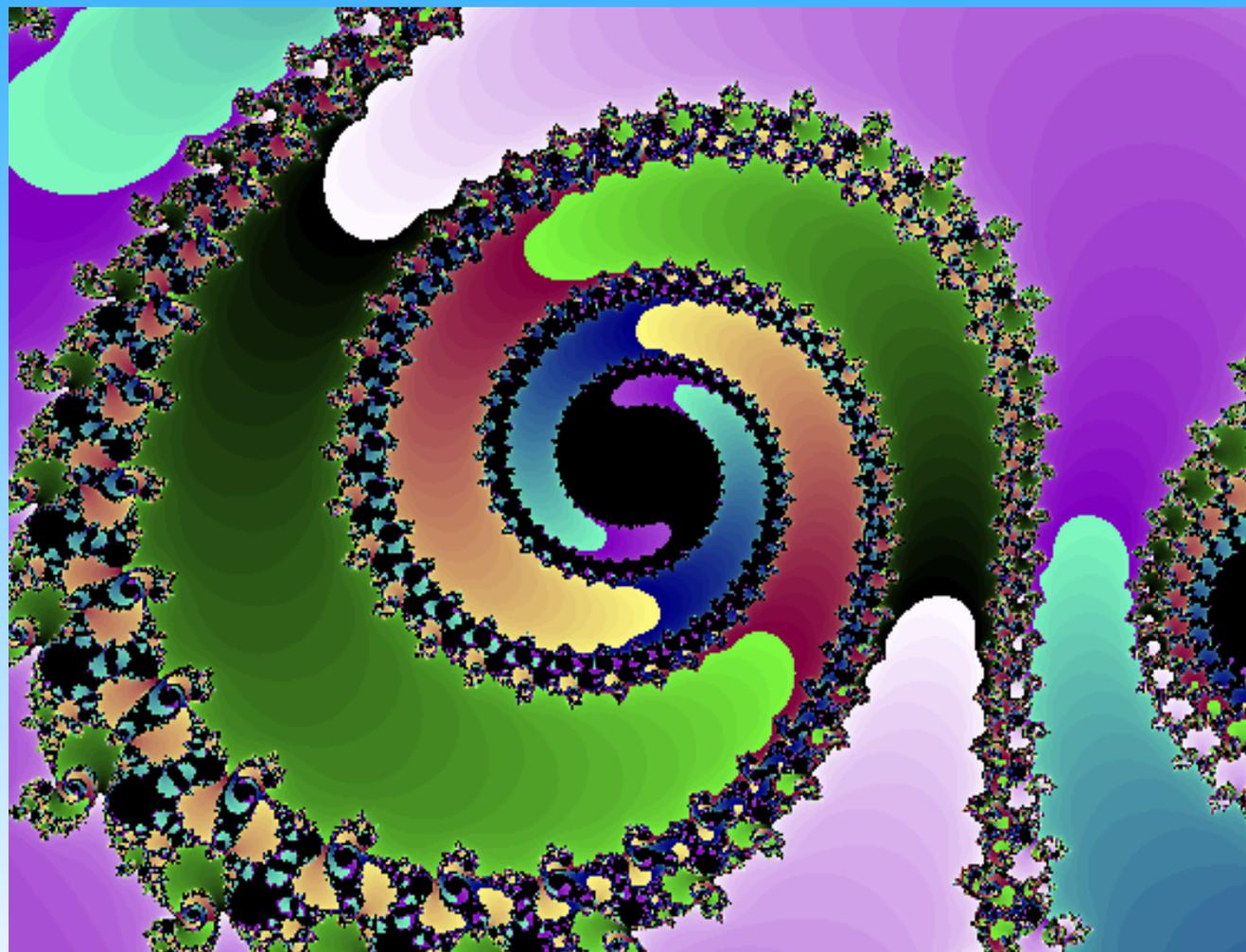
E ancora...



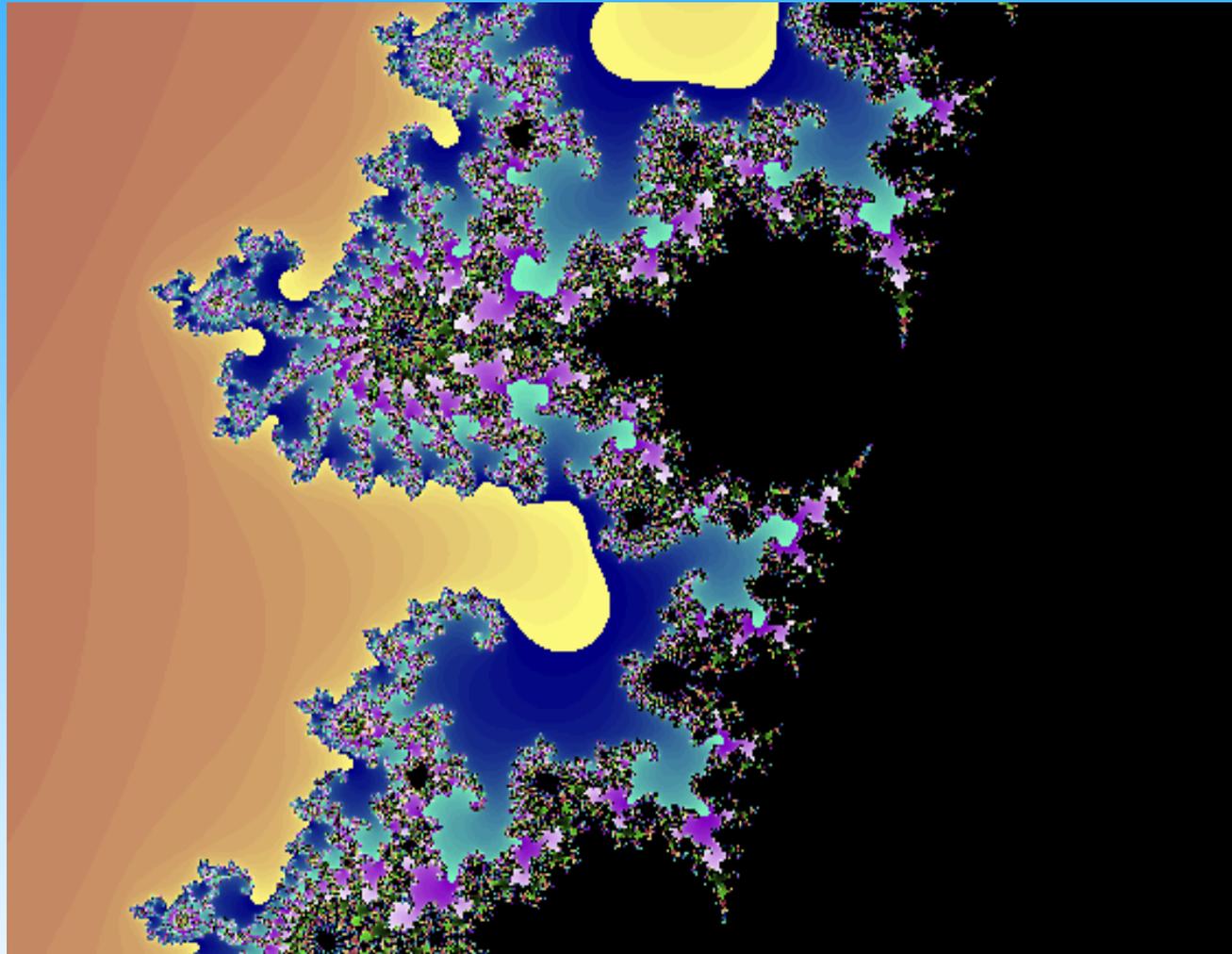
E ancora...

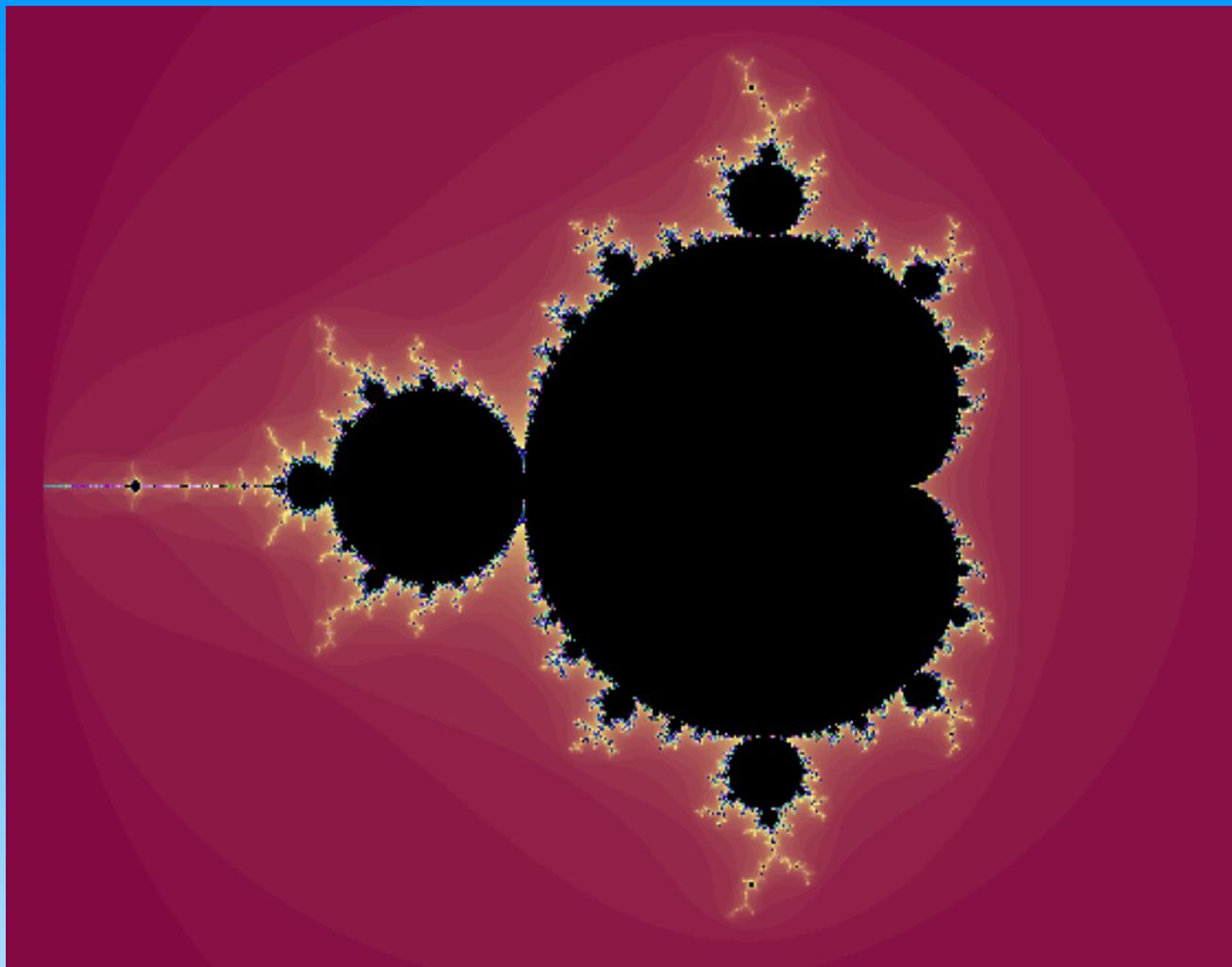


e ancora...



e ancora...





<http://www.wikihow.com/Plot-the-Mandelbrot-Set-By-Hand>

<http://ecademy.agnesscott.edu/~lriddle/ifs/pythagorean/pythTree.htm>

http://pages.cs.wisc.edu/~ergreen/honors_thesis/IFS.html

Sempre uguale e sempre

diverso

all'INFINITO

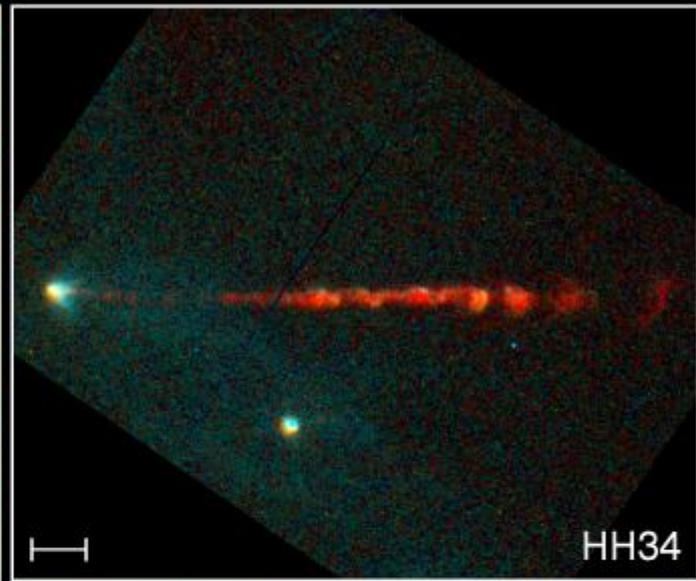
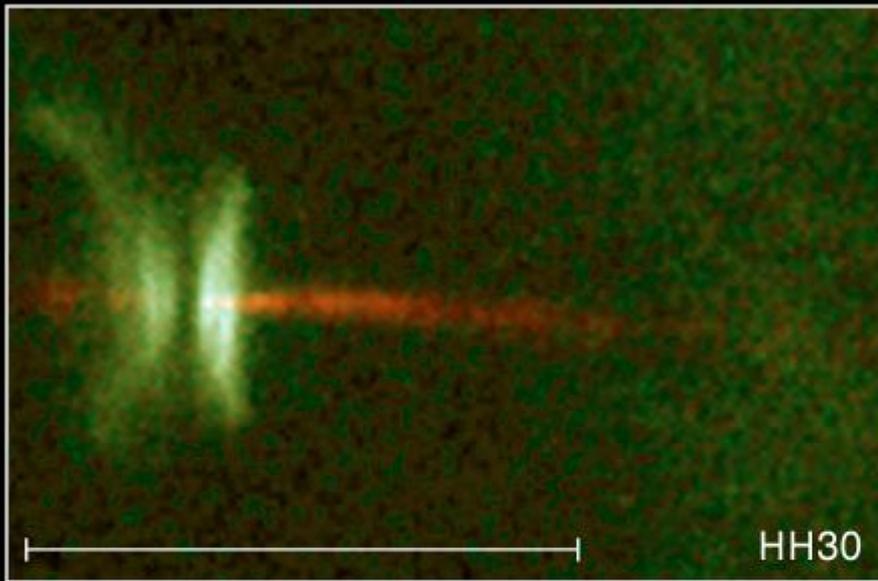
I moti caotici sono come casuali e il casuale preferisce l'uniformità.

Praticamente tutta la materia è soggetta a ***moti*** caotici, quindi tende verso l'uniformità, se lasciata a se stessa (isolata).

Ci vuole lavoro, ***energia***, per vincere questa tendenza.

Sulla Terra l'energia è fornita dal Sole. Una grande parte viene ***dissipata*** (restituita all'Universo). Questo consente il miracolo di ordine ed armonia che è la ***vita***.

Lo stesso accade nel resto dell'universo.



Jets from Young Stars

HST • WFPC2

PRC95-24a • ST ScI OPO • June 6, 1995

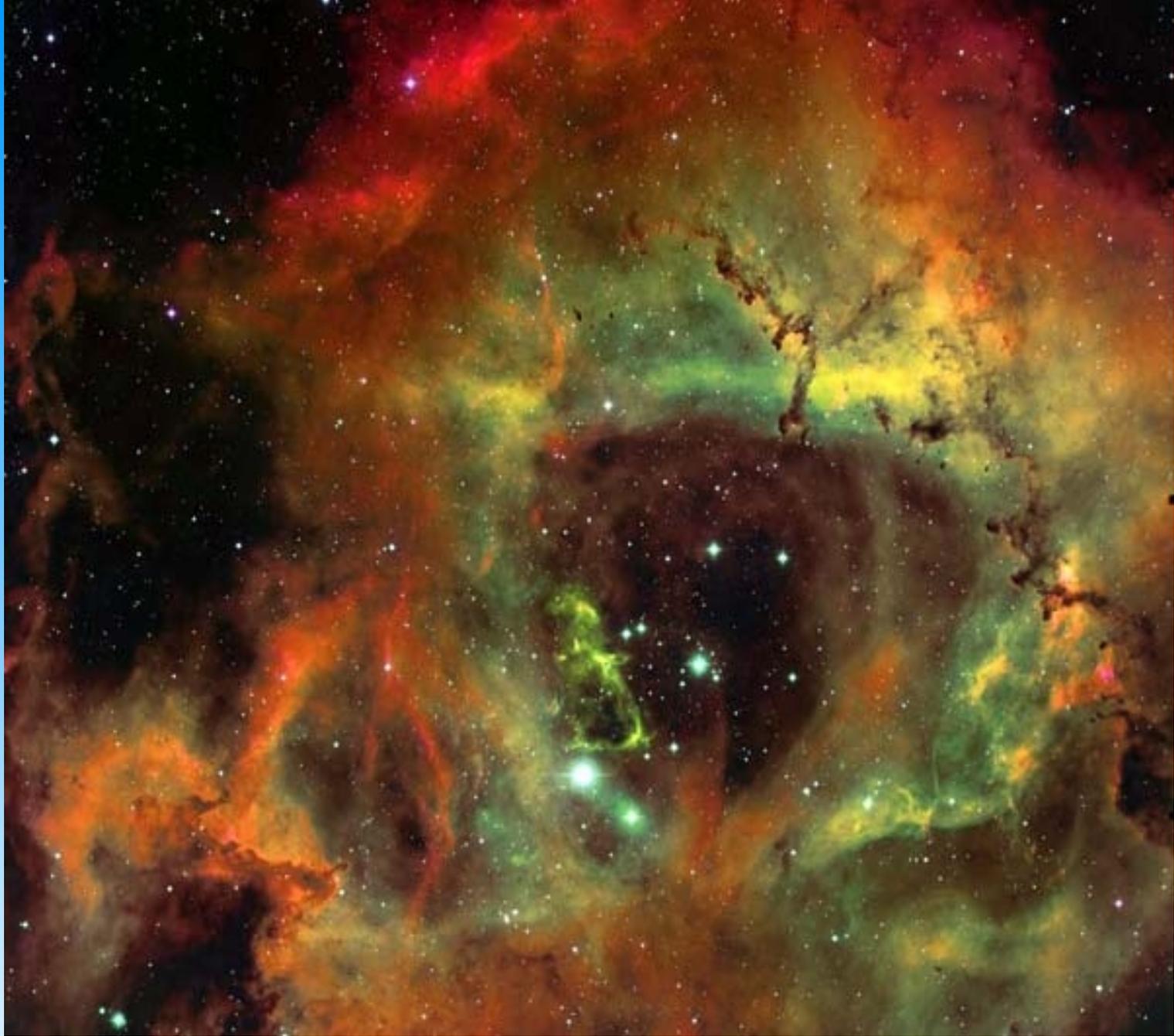
C. Burrows (ST ScI), J. Hester (AZ State U.), J. Morse (ST ScI), NASA



Cat's Eye Nebula: stella morente; il Sole fra 5 miliardi anni.



Nebulosa del Granchio: resti di supernova



Nebulosa Rosetta: giovani stelle a
5000 anni luce



Nebulosa Testa di Cavallo:
una nube di polveri a 1500 anni luce.



***NGC2440: più caotica di NGC2346;
la vogliamo chiamare dis-ordinata?***



La cosa più bella che possiamo sperimentare è il *mistero*.

È questa la fonte dell'arte e della scienza vere.

(Albert Einstein)

Linguaggio naturale: *infinito* è qualcosa

1. che non ha principio né fine;
che si protrae senza limiti;
2. innumerevole, immenso, grandissimo;
come l'immensa grandezza del cosmo.
3. che non comporta limiti di spazio o di tempo.

L'universo, la maggiore entità che si offre alla nostra osservazione, è spesso associato all'idea di *infinito*; ecco, forse, perché la scienza è sovente sollecitata a darne una sua interpretazione.

Ma l'*infinito scientifico* rischia di *deludere* da altre prospettive, ad esempio, quella letteraria.

Iniziamo con un gioco:

Vero o Falso?

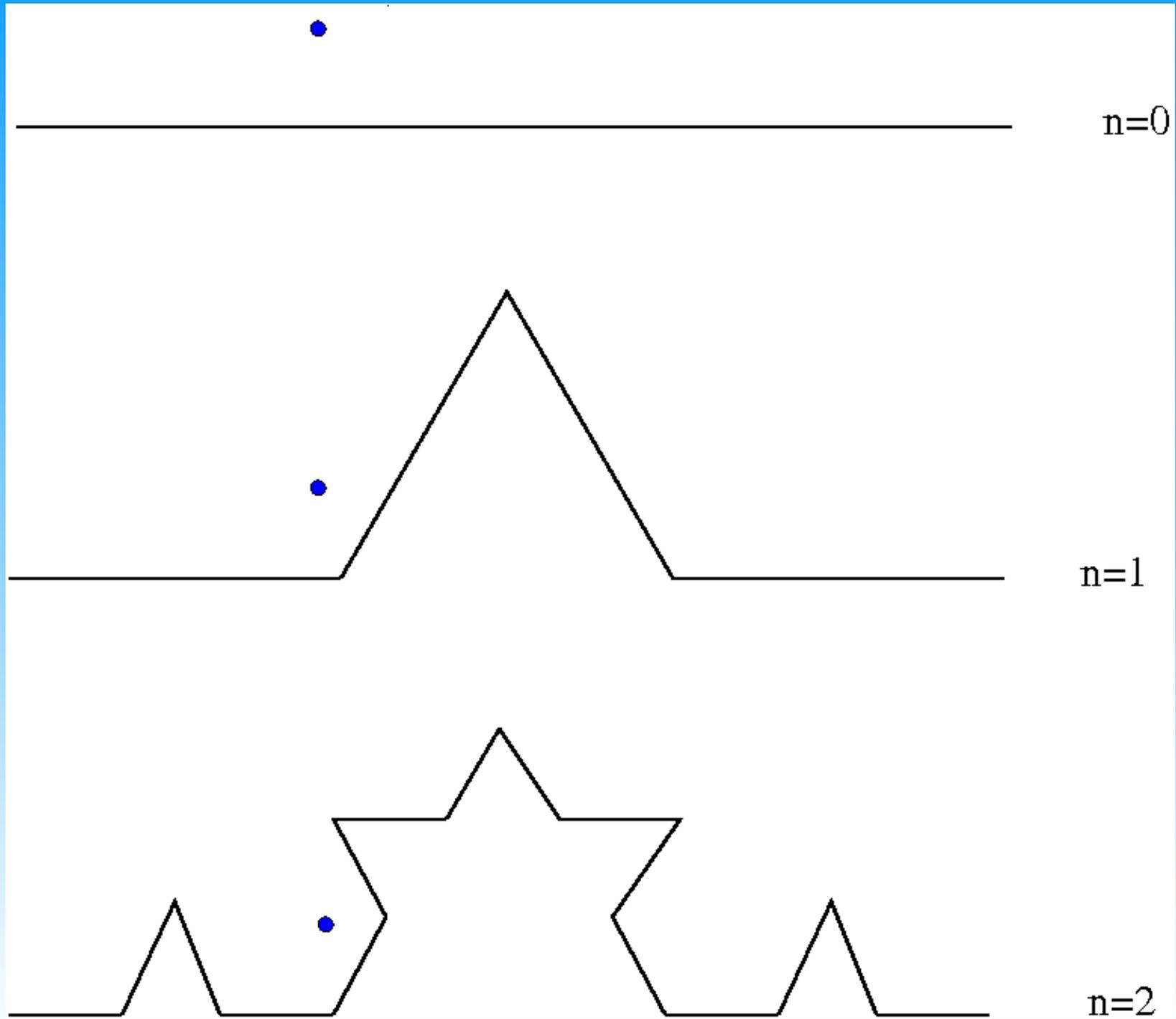
Questa pagina è gialla. V o F?

Domani pioverà. V o F?

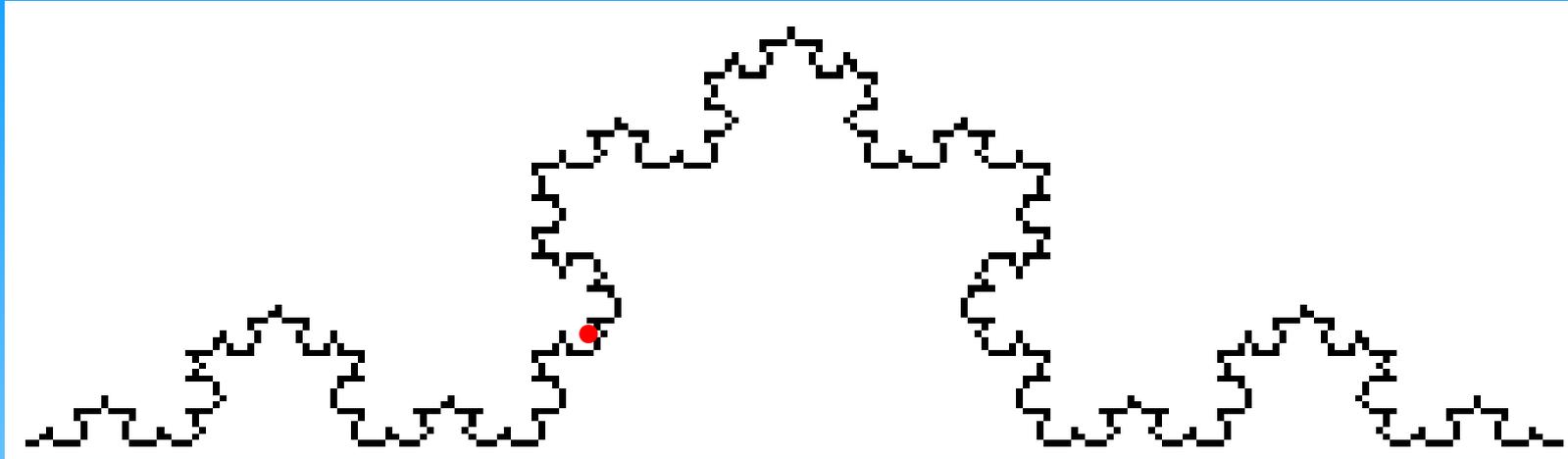
In un caso, si può rispondere subito;
nell'altro si deve attendere il tempo necessario.

A volte non si può proprio rispondere, perché
servirebbe una quantità *infinita* di
informazione, ovvero un processo **senza limite**
per acquisirla.

Sopra o sotto?

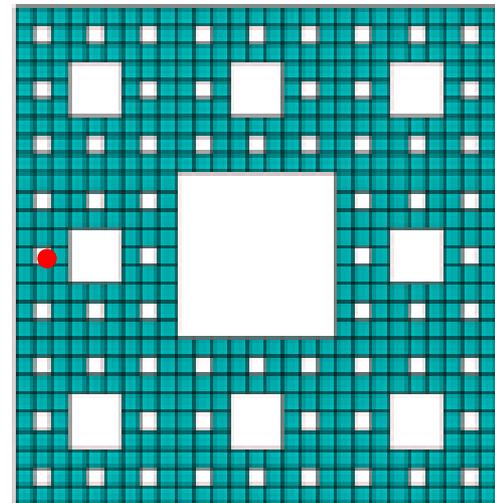
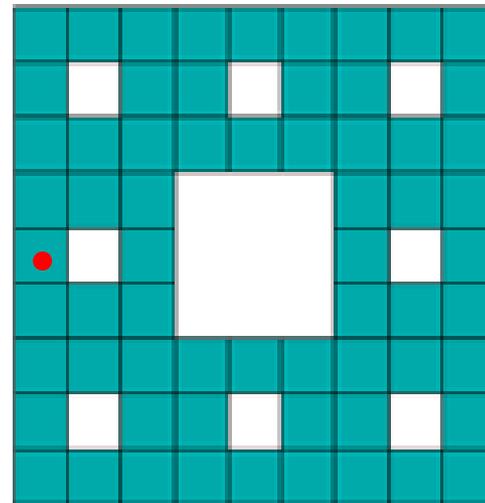
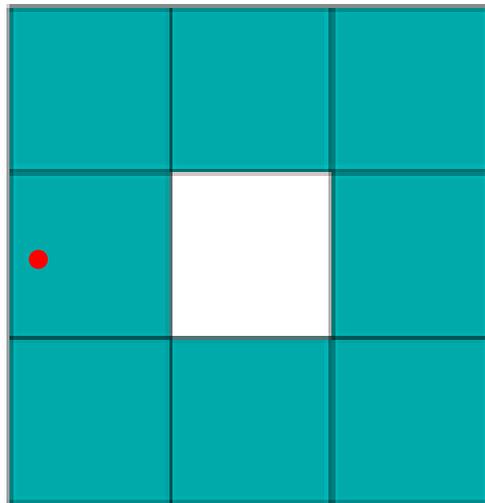
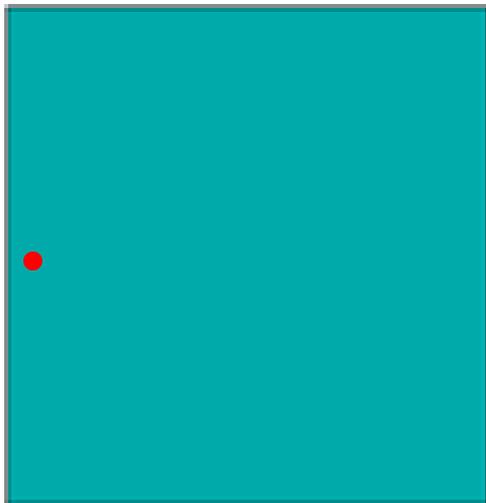


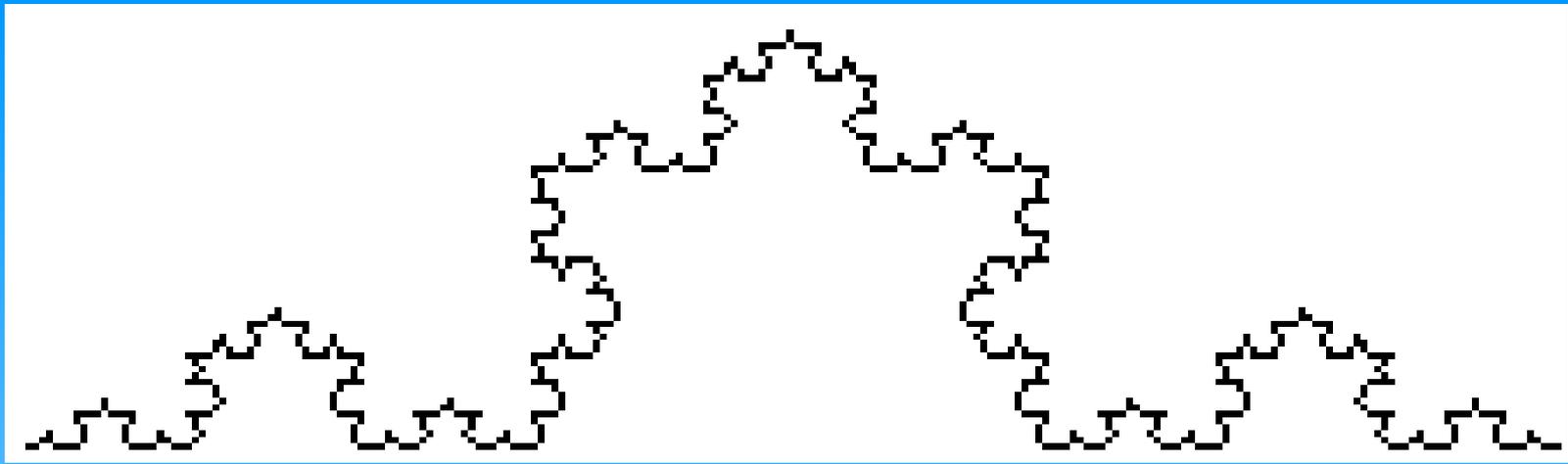
Fiocco di neve di von Koch



Sono note molte figure costruite iterativamente, *senza limite* al numero di iterazioni. Per es.

Tappeto di Sierpinski





Ma “*esiste*” questa figura?

C'è un senso in cui si può dire che:
una successione di oggetti (*astratti*) *converge a*,
magari senza mai raggiungere, un *oggetto limite*.
Può dunque esistere, astrattamente, senza dover
essere costruita.

Se il nostro punto finisce sotto la linea
frastagliata dopo n iterazioni, si ha la risposta,
ma questo n potrebbe non arrivare *mai*!

Matematicamente, sono figure note come

FRATTALI

Si rappresentano graficamente e con formule, quasi come le figure elementari: retta, parabola, circonferenza... ma hanno proprietà molto peculiari, perché **non si finisce mai** di costruirle.

Il nome indica che hanno dimensione intermedia fra quelle solite: La curva di von Koch è una linea, **infinitamente lunga eppure contenuta entro un'area finita.** (ACCARTOCCIARE)

Il tappeto è un'area, ma uguale a zero.

Logica nuova?

Alla logica classica si affiancano nuovi tipi di logica, come le logiche

“FUZZY”

Non binarie: V,F

Probabilistiche: $V=1-F$, F compreso fra 0 e 1

Nella filosofia

Paradosso di Zenone; primo argomento contro il movimento: non si può giungere all'estremità di uno stadio senza prima averne raggiunto la metà, ma prima si dovrebbe raggiungere la metà della metà ecc.

Ci vorrebbero *infiniti* passi:

mai si raggiungerà l'estremità dello stadio.

Soluzione matematica moderna: si introduca la velocità, $V = \text{distanza}/\text{tempo}$, se V è costante, metà distanza richiede metà tempo. Le distanze e i tempi seguiranno

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

A farla in pratica, la somma resterebbe sempre minore di 1, solo avvicinandocisi via via di più.

Il tempo, invece, scorre inesorabilmente, raggiunge 1, e allora anche la distanza percorsa si completa:

Infiniti passi fatti in una unità di tempo: che senso ha?

Teoria delle serie infinite: Il paradosso rimane, ma si ha un modo di sommare “*infiniti*” addendi, senza doverlo veramente fare. Ipotesi del continuo.

Idea già presente nel calcolo di π di Archimede.

Metafisica di Aristotele: *“Ed è evidente altresì l'impossibilità dell'esistenza attuale dell'infinito. Altrimenti una qualunque sua parte, presa separatamente, sarebbe infinita.”*

Per Boezio l'infinito sarebbe addirittura una mostruosità.

Per esempio, nei processi numerativi, ammettiamo l'infinito in potenza: 1, 2, 3, 4, 5, ...
ma non ammettiamo un infinito in atto (non sconfessato dalla teoria delle serie).

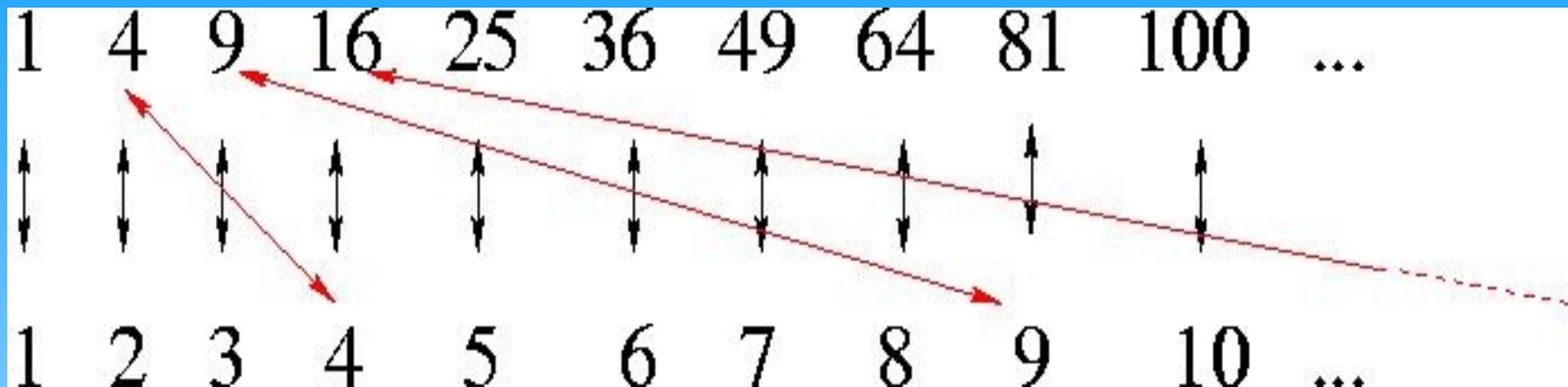
L'infinito in potenza non può essere generato da un finito in atto perché:
la causa non può essere meno perfetta dell'effetto.

Occam, però, si accorse del fatto che il principio per cui la parte è minore del tutto non è universale e, perciò, non esprime una verità metafisica.

Non si può dimostrare (razionalmente) l'impossibilità di andare all'infinito, come per es. da un uomo generato a uno che lo genera.

Ciò non comporta che esistano in atto infiniti esseri, perchè una causa efficiente può anche corrompersi e scomparire dopo aver prodotto il suo effetto.

Galileo osservò, ma non comprese, la corrispondenza 1:1 fra numeri naturali e loro quadrati:



Ma sono di più gli interi o i quadrati?

Per Cantor la corrispondenza significa che la loro quantità (*potenza*) è la stessa.

Com'è possibile? 2,3,5... stanno sotto ma non sopra.

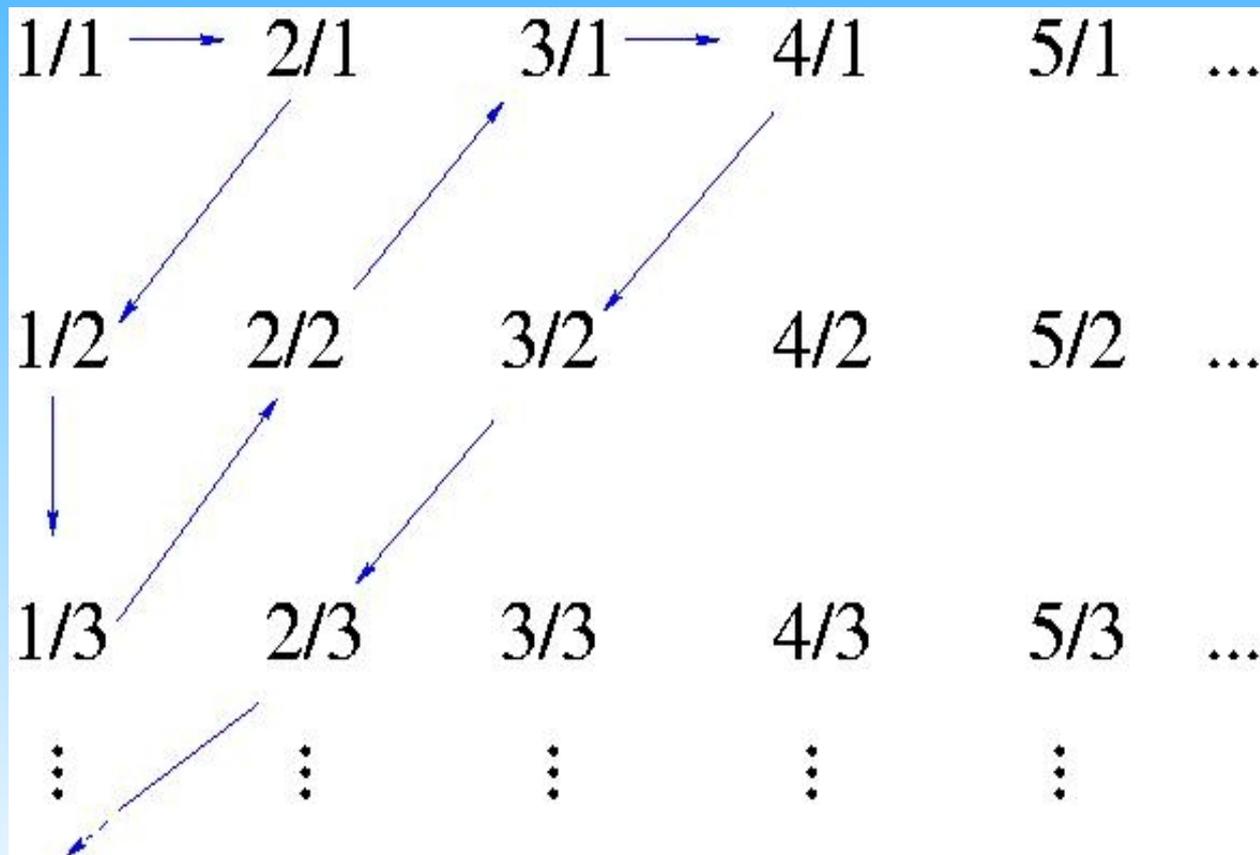
Eppure ogni numero sotto ha un corrispondente sopra.

Una parte *propria* tanto potente quanto il tutto?

Forse è per via dello spazio vuoto fra interi? No!

I *razionali* m/n sono *densi* nei *reali*: dati due numeri *reali* qualunque, fra loro c'è sempre un razionale.

Non lasciano vuoti! Ma si numerano



Cantor: “*Lo vedo e non lo credo*”

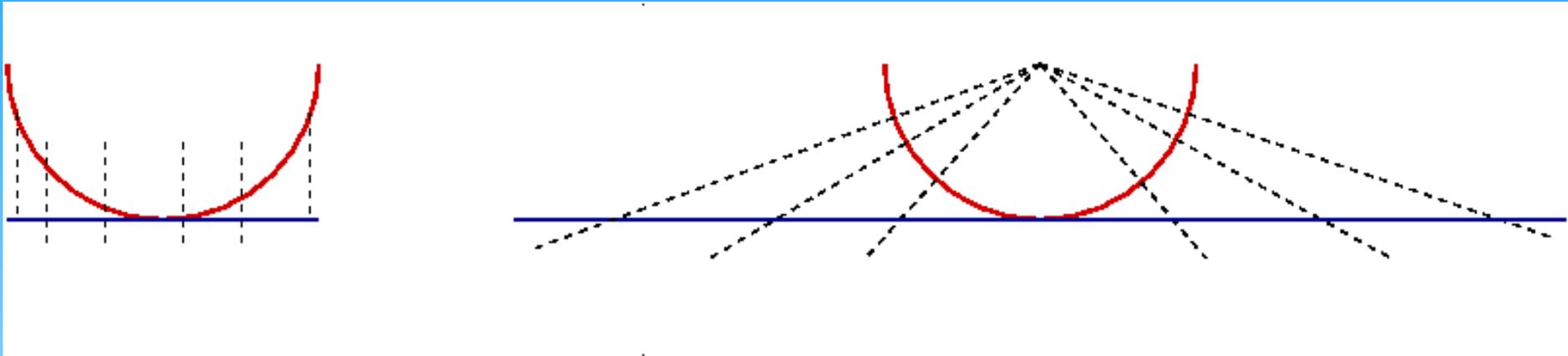
Se la parte propria di un insieme di oggetti è equipotente al tutto diciamo che l'insieme è detto

INFINITO

Cantor poi farà vedere che non tutti gli infiniti sono uguali

(idea già presente nella matematica jaina all'inizio dell'era cristiana)

Ci sono tanti numeri reali in un intervallo (segmento di retta), quanti tutti i numeri reali (l'intera retta). È un **infinito** diverso dagli interi.



Quanti reali in $[0,1]$? Asumiamoli “numerabili” ordiniamoli (anche se senza limite):

$$0.a_1 a_2 a_3 a_4 \dots \quad 0.b_1 b_2 b_3 b_4 \dots \quad 0.c_1 c_2 c_3 c_4 \dots$$

e prendiamo il numero

$$0.d_1 d_2 d_3 d_4 \dots \text{ con } d_1 \neq a_1; d_2 \neq b_2; d_3 \neq c_3; \dots$$

Non c'è nella lista!! **NON-NUMERABILI!**

Si tratta di “**insiemi**” di oggetti, precisamente numeri.
Cantor si era trovato alle soglie di un paradosso, nel definire l'insieme più grade possibile:

L'insieme di tutti gli insiemi.

Bertrand Russell introdusse l'insieme **S**, per es. di **tutti gli oggetti descrivibili in esattamente otto parole** il quale contiene se stesso e quello **R** di **tutti gli insiemi che non appartengono a se stessi** (*barbiere rade tutti quelli che non radono se stessi*).
Rade se stesso? Se **si**, contraddice la definizione, se **no**, si deve radere... Problema di carattere linguistico evidente nel comprendere un “tutto” o l'infinito.

Nel definire un insieme, allora, non si può usare l'insieme stesso: “qualunque cosa contenga tutto di una collezione di oggetti, non deve appartenere alla collezione”. Ma non basta a evitare paradossi.

Zermelo e Fränkel tentarono un'assiomatizzazione degli insiemi, simile in scopo a quella di Euclide per la geometria. Dei loro 9 assiomi, quello detto di **scelta** ha generato forti controversie:

“Se S è un insieme (finito o no) di insiemi non vuoti e senza elementi in comune, allora si può creare *l'insieme di scelta* prendendo da ogni insieme di S precisamente un solo elemento”.

Ma come si può fare questa scelta, se gli insiemi di S sono *infiniti*?

Gödel: il nono assioma non contraddice gli altri,
Cohen: non può essere dimostrato a partire da essi: è
indipendente dagli altri, come il Postulato di Euclide
delle parallele (*infinitamente lunghe*).

Ancora una volta, il concetto di *infinito* impone un
mutamento al corso dello sviluppo della matematica.
Come non c'è una unica geometria logicamente
coerente, così non c'è un'unica teoria logicamente
coerente degli insiemi.

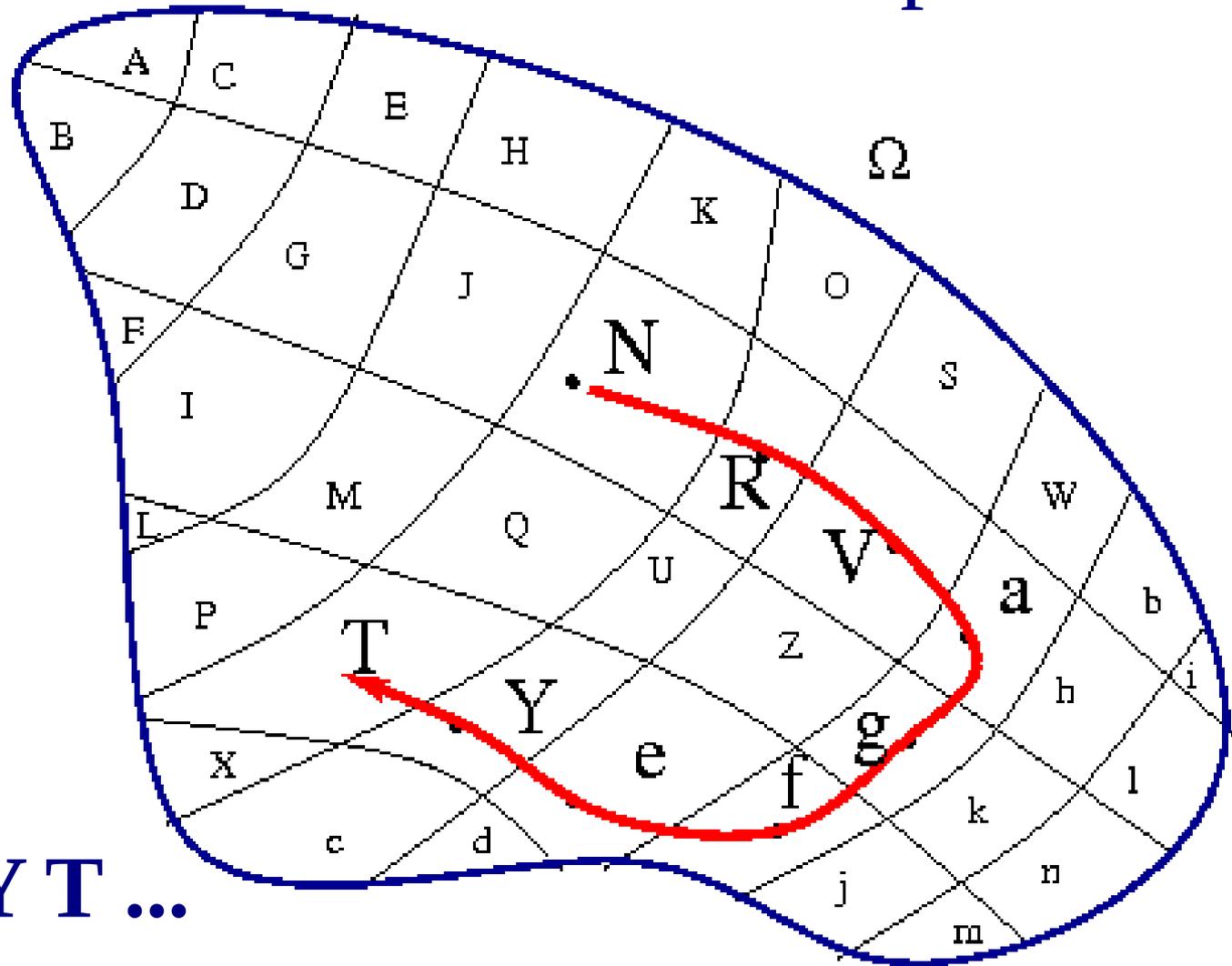
L'infinito ci forzerà, tramite il lavoro di Gödel, ad
ammettere che certe proposizioni, **anche se vere**, non
possono essere dimostrate.

Conseguenze di ciò, fra cui il fatto che **l'ipotesi del
continuo è "indecidibile"**, restano ancora da capire.

1. Tra due punti distinti di un piano passa una e una sola retta.
2. Si può prolungare una retta oltre i due punti indefinitamente.
3. Dato un punto e una lunghezza, è possibile descrivere un cerchio.
4. Tutti gli angoli retti sono congruenti fra loro.
5. Se una retta ne taglia altre due formando dallo stesso lato angoli interni la cui somma è minore di 180, le due rette si incontreranno dalla parte dove la somma dei due angoli è minore di 180.

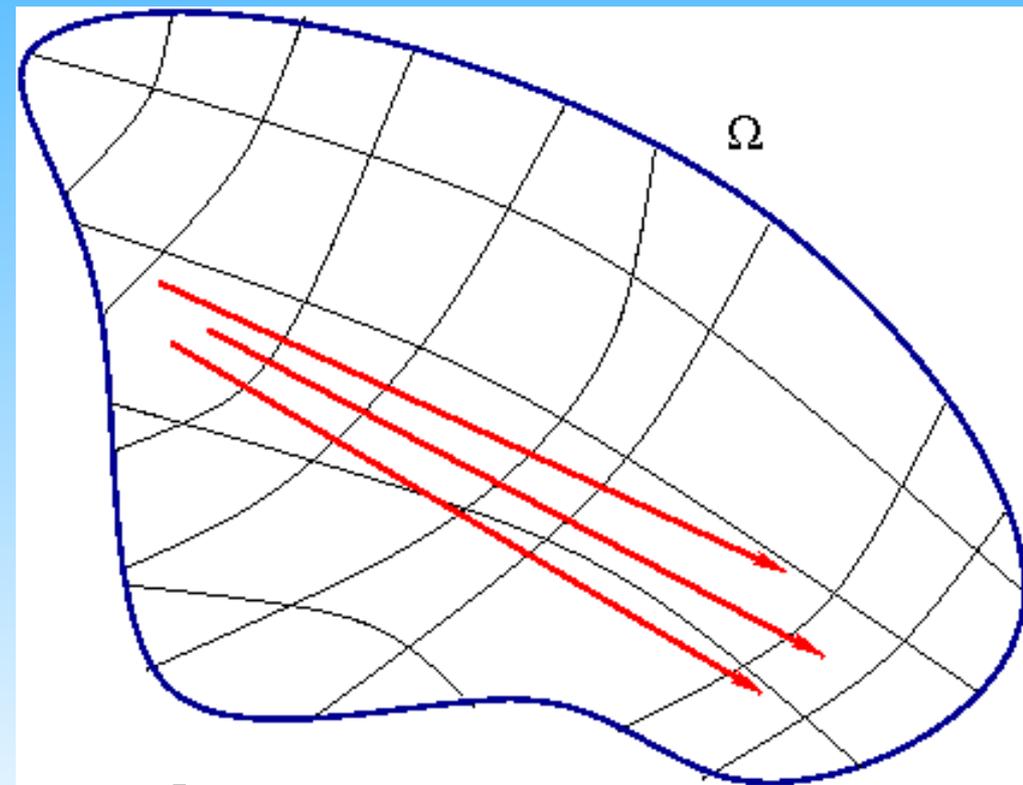
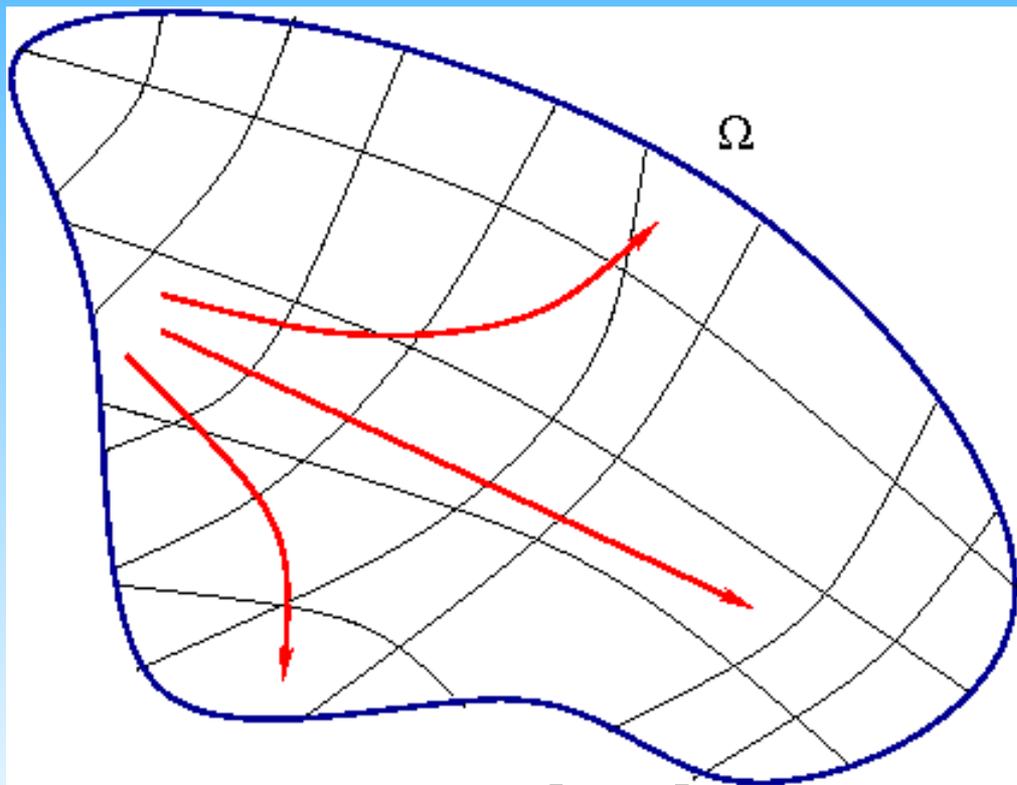
Il quinto può essere sostituito dando luogo a geometrie logicamente coerenti e diverse.

Una evoluzione continua nel tempo, può essere espressa in termini di una successione di simboli, che codificano le regioni visitate nella evoluzione temporale.



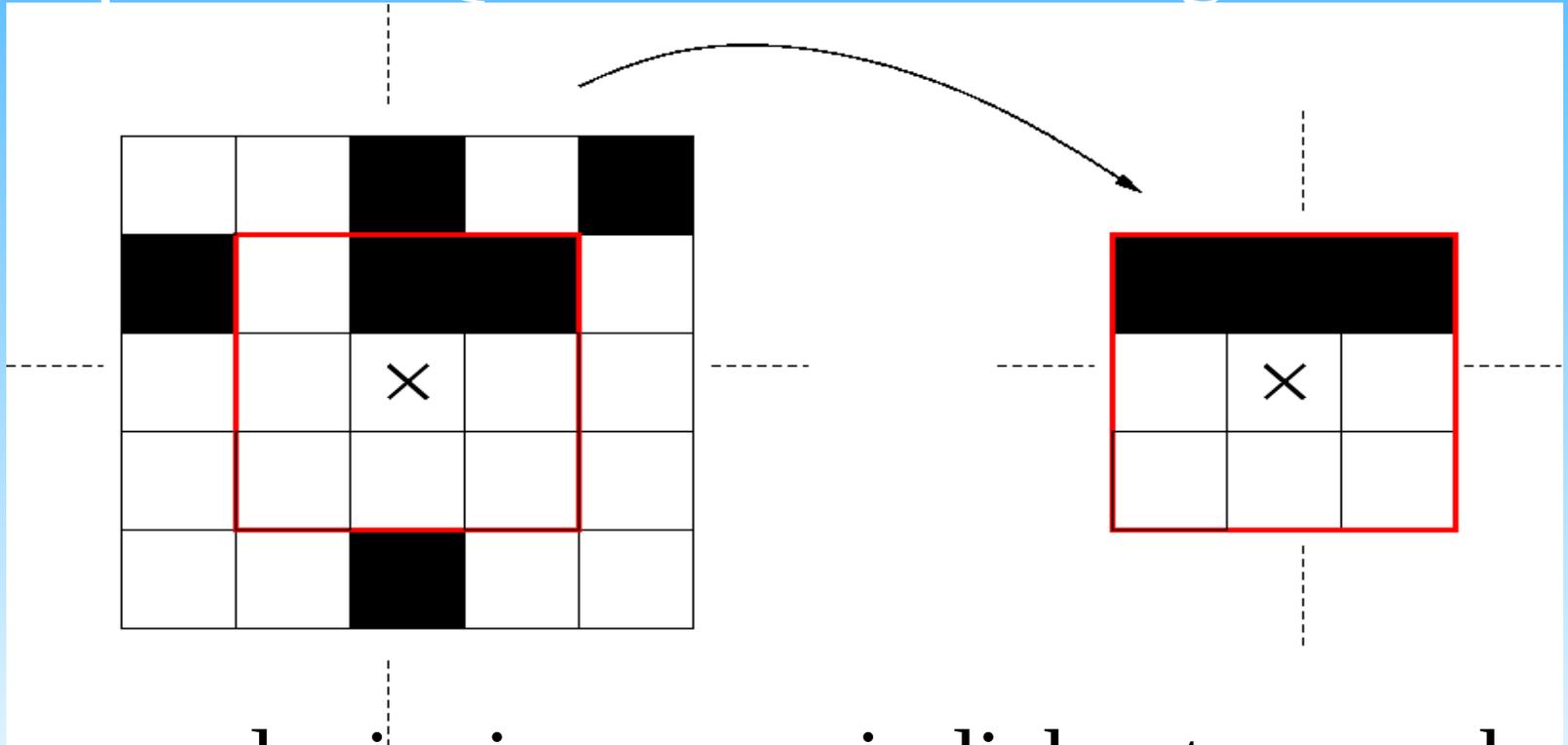
N R V a g f e Y T ...

Se la dinamica è caotica, traiettorie vicine si separano rapidamente, hanno sequenze simboliche diverse e ad ogni sequenza si associa una data traiettoria. L'informazione di una sequenza intera equivale alla conoscenza della condizione iniziale. Più lunga è la sequenza, più precisa è tale conoscenza.



Traiettorie tipiche danno sequenze che non si ripetono nel tempo.

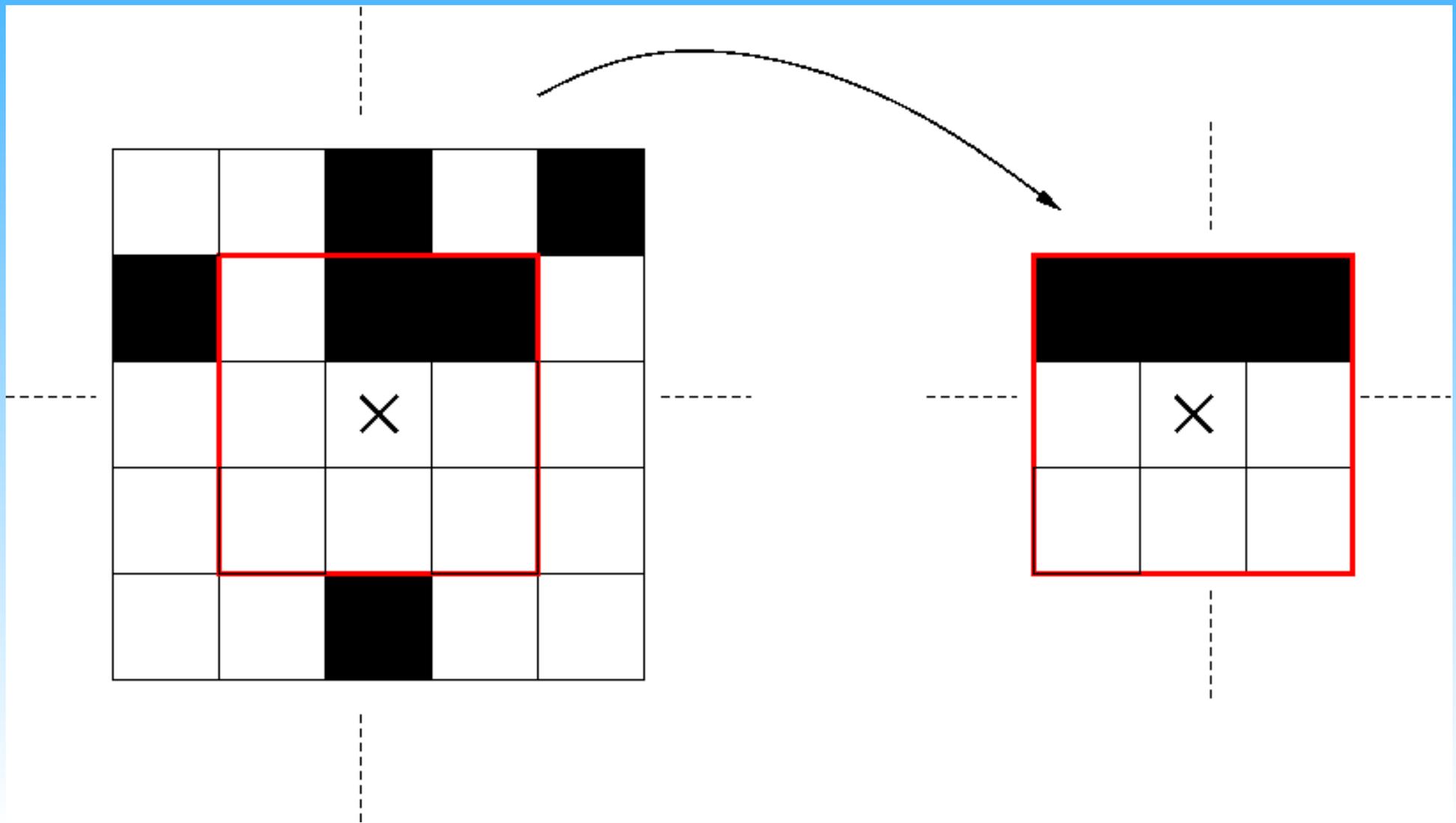
Questo perché i punti dello spazio, ovvero gli stati del sistema di interesse, sono *infiniti*. Fossero finiti, dopo un certo tempo, qualunque traiettoria tornerebbe sui suoi passi e proseguirebbe per un cammino già percorso in passato. Questo avviene con gli automi cellulari:

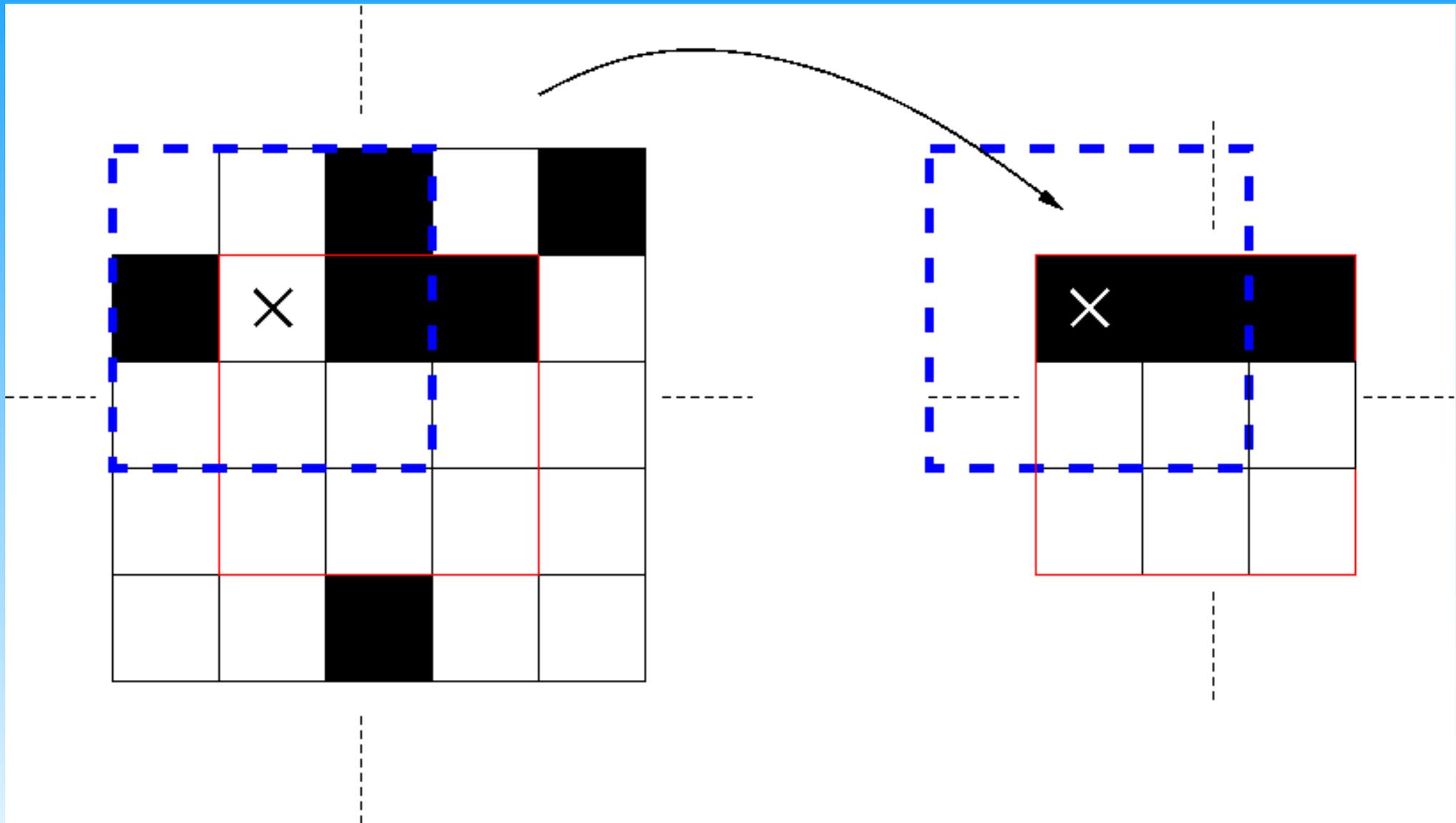


Tutte le loro evoluzioni sono periodiche, tranne che nel limite in cui lo spazio dei loro stati diventi *infinito*.

Il gioco della vita. Cella viva se era circondata da:

- * tre celle vive, viva o morta che fosse;
- * solo due celle vive, ma essa stessa viva.





Giochiamo con gli automi cellulari

<http://pmav.eu/stuff/javascript-game-of-life-v3.1.1/>

<http://www.emergentuniverse.org/#/life>

Allora, le dinamiche sono caotiche, producono sequenze di simboli apparentemente casuali.

Dato un pezzo **finito** di sequenza simbolica, come si può evidenziare se è casuale (prodotta per es. nel gioco del testa o croce) o se segue una regola?

Non si può: solo l'analisi dell'intera sequenza infinita potrebbe rispondere alla nostra domanda, perché:

- a. una sequenza casuale infinita contiene al suo interno ogni sotto-sequenza anche ordinata (anche la Divina Commedia)
- b. per qualunque sequenza finita si può trovare

Era questo che intendevamo per ***INFINITO?***

Forse dobbiamo ammettere che c'è una questione di carattere linguistico:

la scienza parla di “altro”

Non ci si può nascondere dietro quanto la scienza dice del “**caos**” o del “**disordine**”. Non si è in balia del caso cieco e se si gode o si soffre è **soprattutto** a causa di comportamenti propri, individuali e collettivi.

La scienza parla d'altro

Al più, manda messaggi edificanti: spirito di collaborazione, dedizione, umiltà, coraggio... o che l'energia a disposizione può creare cose spettacolari, se condivisa.

Ma quale energia? Quella di cui parla la scienza, riguarda il moto degli oggetti naturali, **non può essere confusa con altre realtà.**

Parla d'altro. Non c'è dunque possibilità di dialogo fra scienza e altre realtà?

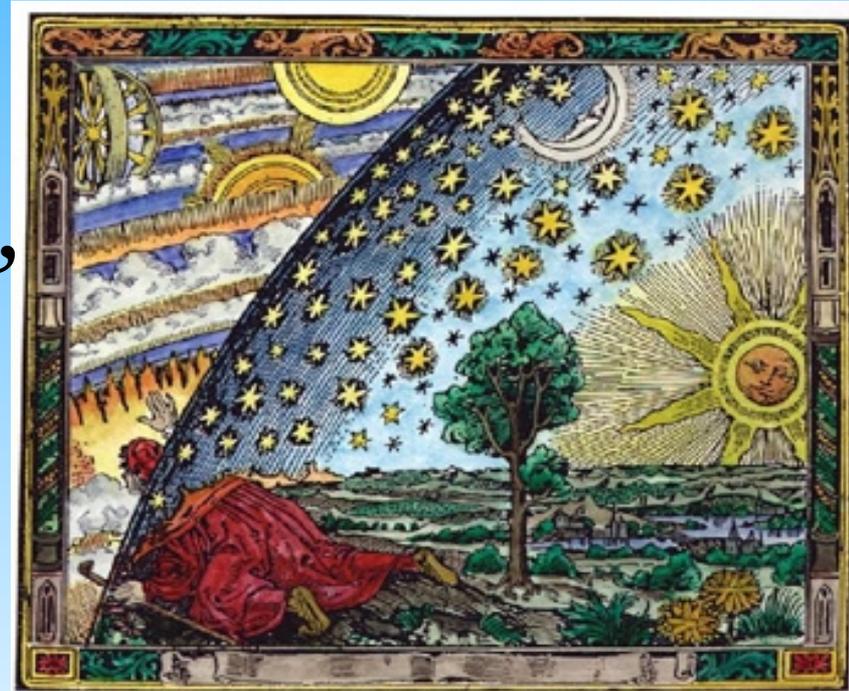
L'argomento è delicato per ragioni storiche.

Può essercene quanto fra altri modi di guardare a noi e al mondo: **storia e poesia, filosofia e pittura, alpinismo e ballo, musica ed economia...**

Nessuno pretende “**accordo**” su qualcosa di specifico, ma insieme contribuiscono a dare sapore alla vita ed è

bello ricercare e scoprire sempre nuovi punti

“... in cui cielo e terra si toccano”



Riferimenti bibliografici

D.R. Hofstadter, Gödel, Escher, Bach, Adelphi, Milano (1984)

R. Penrose, The emperor's new mind, Vintage Books, London (1990)

J.P. Luminet, M. Lachièze-Rey, Finito o infinito?, Mondadori, Milano (2005)

E. Maor, To infinity and beyond, Birkhäuser, Stuttgart (1986)

L. Rondoni, Caos, informazione e calore, Bollettino della Unione Matematica Italiana Vol. 8 Sez. A, 51-82 (2005)

L. Rondoni, In: R. PRESILLA; S. RONDINARA EDD, Scienze fisiche e matematiche: istanze epistemologiche e ontologiche. p. 249-282, ROMA: Città Nuova