

MATEMATICA E MISURA DEL TEMPO

(seconda parte)

CHE COS'È UN CALENDARIO

Un calendario è una tabella, dalla quale si possono ricavare vari tipi di informazioni:

- corrispondenza tra il nome del giorno (inteso come parte della settimana) e il numero del giorno (inteso come parte del mese): tale corrispondenza non è ovvia in quanto

$$\text{resto}(30/7) = 2 \quad \text{resto}(31/7) = 3$$

- fase della luna
- festività

IL PROBLEMA DELLA PASQUA

Concilio di Nicea 325 d.c.

La Pasqua si celebra la prima **domenica** che cade dopo il primo **plenilunio** successivo all'**equinozio** di primavera (convenzionalmente fissato al 21 marzo)



I. Danti, astronomo e vescovo (1572)

C.F. Gauss, tre articoli sulla formula per il calcolo della Pasqua
(1800, 1802, 1807)

La ricerca di una formula per il calcolo della Pasqua in ogni
anno di ogni epoca è collegata all'idea di calendario perpetuo.

I calendari più comuni si limitano ad un intervallo temporale
pari ad un anno

$$\text{resto}(365/7) = 1$$

CALENDARIO PERPETUO

Per calendario perpetuo si intende un calendario che contiene tutte le informazioni relative a un grande numero di anni consecutivi (potenzialmente, infinito?)

Alcuni orologi astronomici assolvono anche le funzioni di calendario perpetuo (Strasburgo)

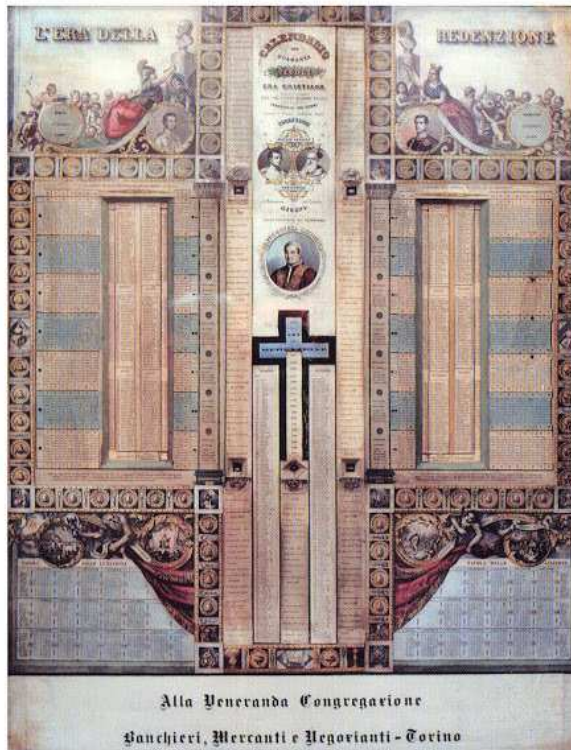
Le moderne agende elettroniche operano su intervalli abbastanza limitati e forniscono solo la corrispondenza data-nome del giorno

La corrispondenza data-nome si trova anche su Wikipedia per tutti i giorni dall'anno 1 al 2044

1 gennaio 1 sabato
12 ottobre 1492 venerdì
14 luglio 1789 martedì
1 gennaio 1948 giovedì

Torino, Cappella dei Mercanti Via Garibaldi 25

Il calendario perpetuo (o *della Resurrezione*) di Giovanni Antonio Amedeo Plana (1781-1864), costruito nel 1831, copre un arco temporale di 4000 anni (dall'anno 1 all'anno 4000).



Atta Veneranda Congregazione
Banchieri, Mercanti e Negozianti - Torino
Calendario Meccanico Universale
Realizzata nel 1831 da Antonio Amedeo PLANA (1783 - 1864)



Come abbiamo visto, l'unità di misura alla base del calendario è il giorno. Ma ...

che cos'è il "giorno" ?

(A) un intervallo di tempo pari a 24 ore (cioè 86400 secondi)

(B) la 365-esima parte di un anno

(C) il tempo impiegato dalla terra per compiere una rotazione completa

(D) l'intervallo di tempo che intercorre tra due "passaggi" successivi del sole sopra uno stesso punto fissato sulla superficie terrestre

(E) nessuna delle precedenti

(A) Evidente vizio logico. Però...

(B) Falso. Infatti, l'anno (tropico*) dura 365 giorni, 5 ore, 48 minuti 45 secondi circa

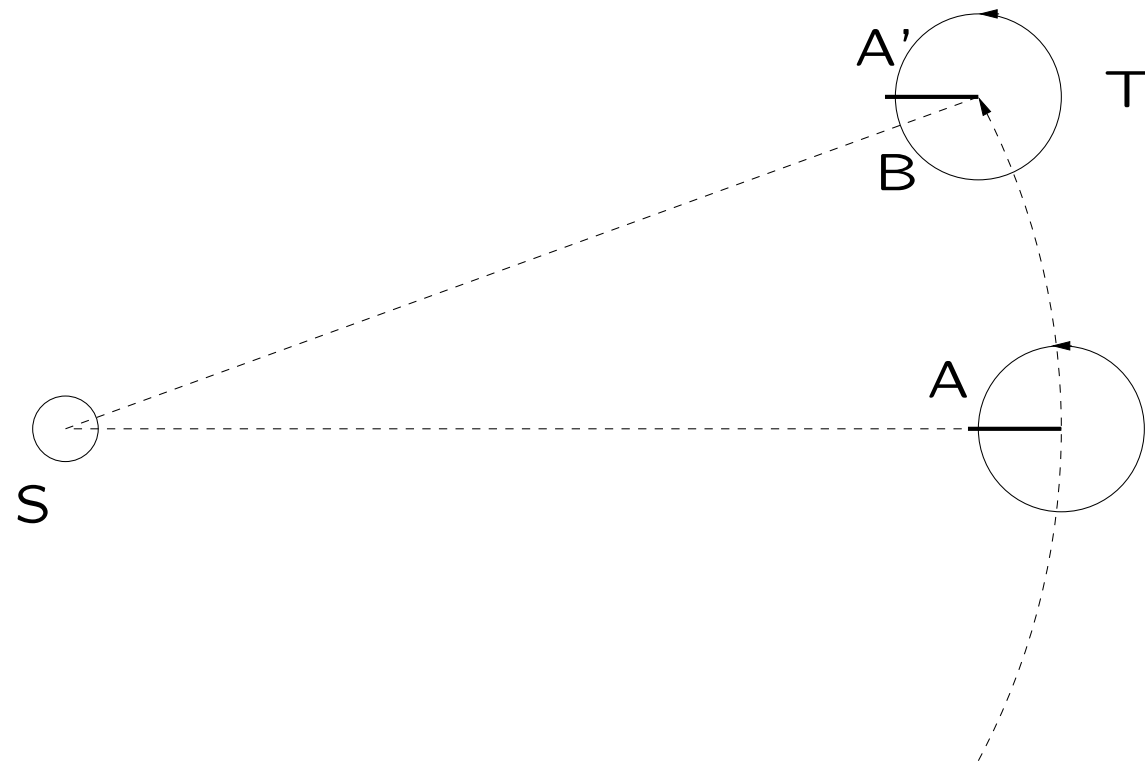
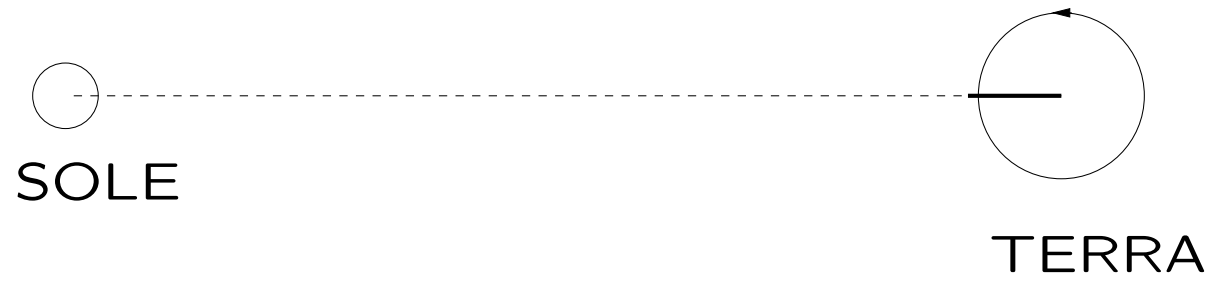
(C) Falso.

(D) "Quasi" vero (la velocità della terra non è costante: leggi di Keplero).

* per anno tropico si intende l'intervallo di tempo tra due passaggi consecutivi del sole all'equinozio di primavera (intersezione tra l'eclittica e l'equatore celeste)

Definizione di *secondo*

- Rivoluzione francese (1795) con riferimento alla rotazione terrestre media
- 1960 con riferimento al moto degli astri (tempo delle effemeridi)
- 1967 con riferimento all'oscillazione dell'atomo di cesio (isotopo 133)



I due angoli ASB e BTA' sono uguali e pari a circa $1/365$ di giro. Quindi il tempo che la terra impiega a descrivere l'arco A'B è uguale approssimativamente a $1/365$ di giorno.

$$\text{numero minuti di un giorno} = 24 \times 60 = 1440$$

$$1440/365 = 3 \text{ minuti } 56 \text{ secondi circa}$$

In astronomia si chiama:

- giorno siderale quello che corrisponde alla definizione (C)
- giorno solare quello che corrisponde alla definizione (D)

Il “giorno”, inteso come unità di misura del calendario, è la media della durata dei giorni solari presa nell’arco dell’anno (le oscillazioni sono di circa ± 20 secondi).

FASI LUNARI

In astronomia si chiama:

- mese siderale il tempo che impiega la luna a fare un giro completo: 27 giorni, 7 ore, 43 minuti circa
- mese sinodico l'intervallo tra due lune nuove consecutive (allineamento di sole-terra-luna): 29 giorni, 12 ore, 44 minuti (circa)

Problema: trovare un “compromesso” tra fenomeni periodici di periodo diverso.

Se $f(t)$ è periodica di periodo $T > 0$, e $g(t)$ è periodica di periodo $S > 0$, esiste un periodo comune se e solo se S/T è un numero razionale.

In particolare, se S e T sono interi, il più piccolo periodo comune sarà il m.c.m. (S, T) .

Nel nostro caso:

Ciclo settimanale: periodo 7 (giorni)

Ciclo solare: periodo 365,2422 circa (in frazioni di giorno)

Ciclo lunare: periodo 29,53 (in frazioni di giorno)

La periodicità del ciclo lunare si rimette in fase con quello solare ogni 19 anni: $365,2422 \times 19/29,53 = 235,001$

CICLO DI METONE (432_{ac})

Un ciclo ha inizio quando si ha luna nuova al 1 gennaio (per esempio, 2014)

I 19 anni di ogni ciclo sono identificati da un numero progressivo, da 1 a 19 (detto **numero d'oro**)

$$N(2014) = 1, N(2015) = 2, N(2016) = 3, \dots$$

I “mesi” lunari sono alternativamente di 29 o 30 giorni. Ogni mese inizia in corrispondenza ad un novilunio. L'anno “lunare” inizia il giorno in cui cade l'ultimo novilunio di dicembre dell'anno precedente, ed è più breve dell'anno solare.

$$\text{Anno comune: } 365 - (12 \times 29,5) = 365 - 354 = 11$$

Ogni ciclo metonico comprende $12 \times 19 = 228$ mesi lunari ordinari e 7 detti **embolismici** (6 di 30 giorni, uno di 29).

Infatti: $365 \times 19 = 6935$

$228 \times 29,5 = 6726$

7 mesi di 30 giorni = 210

$6726 + 210 = 6936$

Più difficile è l'accordo tra il ciclo solare e quello settimanale.

IL CALENDARIO NELL'ANTICA ROMA

Il calendario in uso nell'antica Roma (di ispirazione **lunare**) prevedeva anni tutti uguali, formati da 365 giorni. In circa 7 secoli, il calendario arrivò a trovarsi in ritardo, rispetto al ciclo delle stagioni (determinate dal ciclo **solare**), di quasi 3 mesi. Si impose la necessità di una riforma, adottata all'epoca di Giulio Cesare che, oltre a rimettere il calendario in fase con le stagioni, introdusse gli anni bisestili (Sossigene, $46ac = 708$ dalla fondazione di Roma).

CALENDARIO GIULIANO

Il ritardo accumulato annualmente dal calendario rispetto al ciclo solare (5 ore 48 minuti 45 secondi circa) viene recuperato con l'aggiunta di un giorno ogni 4 anni (gli anni bisestili sono quelli la cui cifra è divisibile per 4)

Ma in questo modo, ogni 4 anni il calendario prende un vantaggio di circa 45 minuti, cioè di circa 1125 minuti ogni 100 anni.

Attorno al 1500 il vantaggio così accumulato ammontava a più di 10 giorni.

Giovedì 4 ottobre 1582 → Venerdì 15 ottobre 1582

CALENDARIO GREGORIANO (1582)

Il vantaggio del calendario viene compensato togliendo un giorno ogni 100 anni: l'ultimo anno di ogni secolo, nonostante la sua cifra sia divisibile per 4, di regola non è bisestile.

Ma in questo modo, il calendario torna ad essere in ritardo di circa 315 minuti ogni secolo, che diventano 1260 ogni 400 anni. Per questa ragione, ogni 400 anni l'ultimo anno del secolo è bisestile (sono gli anni la cui cifra è divisibile per 400, per esempio il 2000).

Ma in questo modo, il calendario ripassa in vantaggio di quasi 3 ore ogni 400 anni.

A questo scarto, va aggiunto l'effetto dovuto al progressivo accorciamento dell'anno tropico.

Attualmente non ci sono regole o convenzioni già previste per la compensazione di questo sfasamento: gli astronomi prevedono che lo scarto diventerà dell'ordine di 1 giorno attorno al 4200.

Proposte di riforma (rivoluzione francese)

È possibile costruire un modello matematico che consenta di fare previsioni accurate?

COSMOLOGIA E MATEMATICA

Il problema della stabilità del sistema solare

Equazioni del moto di n corpi, soggetti alla legge di gravitazione universale (Newton)

$$m_i \ddot{x}_i = \sum_{j=1}^n \frac{m_i m_j (x_i - x_j)}{|x_i - x_j|^3} \quad i \neq j, \quad x_i \in \mathbf{R}^3$$

Casi particolari: $n=2$, $n=3$ (problema dei tre corpi in generale, problema dei tre corpi ristretto)

Il premio del compleanno: Re Oscar II di Svezia, 1887

Mittag-Leffler, Weierstrass, Poincaré

F. Diacu, P. Holmes, *Celestial encounters*, Princeton 1996

I CLASSICI DEL
GIALLO MONDADORI

Catherine Shaw
**IL PROBLEMA
DEI TRE CORPI**



Il mistero della formula scomparsa

€ 3,60 (in Italia)



N. 1185
Periodico
settimanale
23/3/2006